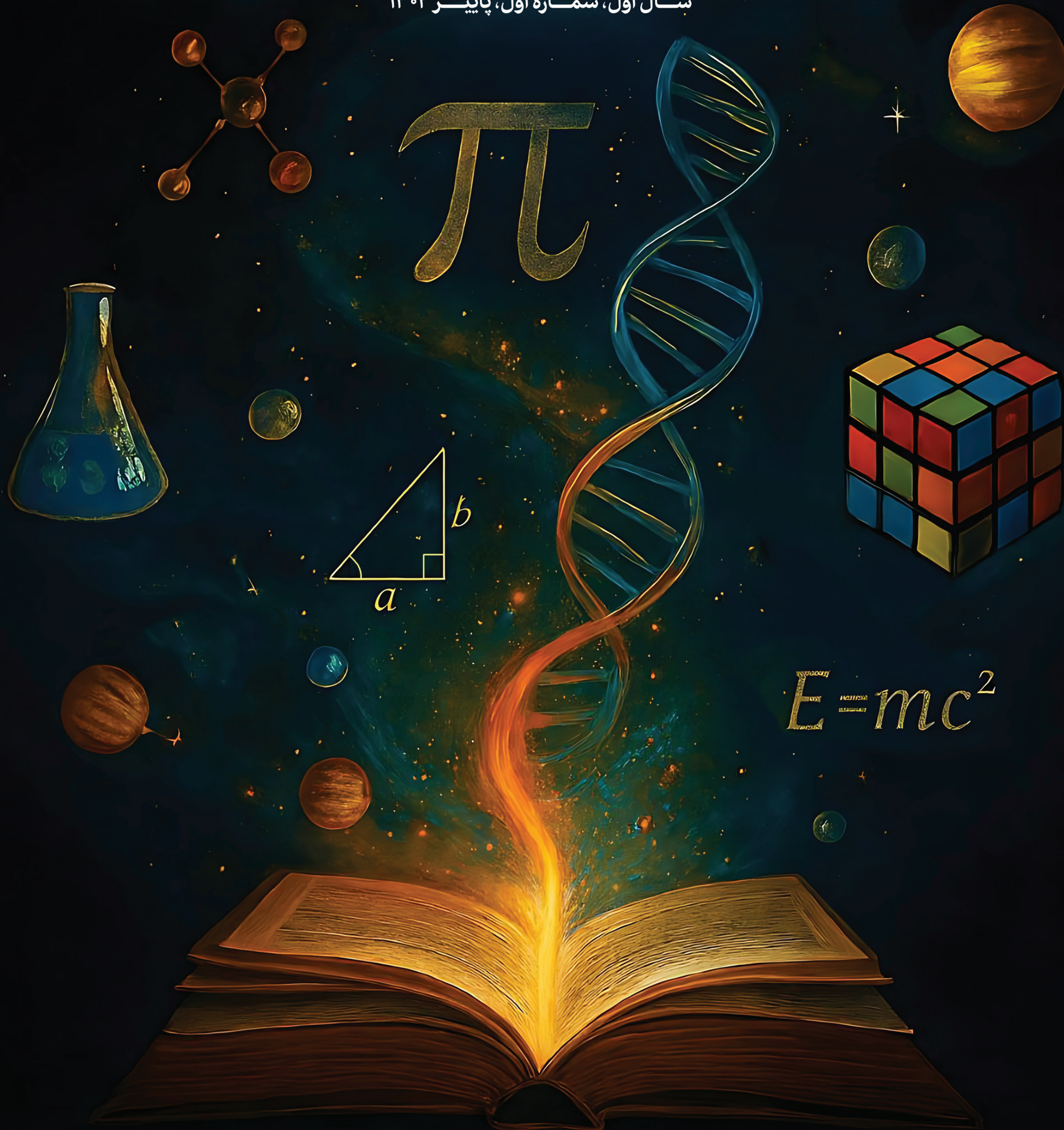


پی تا بی نهایت



فصلنامه علمی-تخصصی انجمن علمی دانشجویی میان رشته‌ای «پی تا بی نهایت»

سال اول، شماره اول، پاییز ۱۴۰۴



مجله‌ای که ریاضیات را از پشت عینک‌های دیگری ببیند!

نشریه‌ای میان رشته‌ای با محوریت ریاضیات

مدل‌های اپیدمیولوژیک: تمرکز روی مدل SIR | تصمیم‌گیری در جهان مبهم | تکنیک‌های پیشرفته پیش‌بینی در AI
چرا معادلات دیفرانسیل برای پیش‌بینی حیاتی‌اند؟ | مصاحبه با دکتر ابراهیم علومی: توسعه دهنده هوش مصنوعی

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

۳

ریاضیات در پیش بینی فرآیندهای زیستی

۷

تحول فیزیک از کیفی به کمی: نقش ریاضیات در بنیان گذاری مکانیک کلاسیک و پیش بینی آینده

۹

هوش مصنوعی در علوم پایه و ارتباط آن با فیزیک
مصاحبه با دکتر کوروش آقایی، عضو هیئت علمی گروه فیزیک دانشگاه ارومیه

۱۰

پیش بینی و منطق ریاضی: پیوند عمیق میان رویکردهای ریاضی

۱۱

پیش بینی با آمار

۱۳

پیش بینی آینده با معادلات دیفرانسیل و فناوری های نوین

۱۴

بیش برازش (Overfitting) و کم برازش (Underfitting)
در یادگیری ماشین: چالش های کلیدی تعمیم مدل ها

۲۱

مصاحبه در پارک علم و فناوری آذربایجان غربی: دکتر ابراهیم علومی، توسعه دهنده هوش مصنوعی

۲۲

Design of a Novel Second-Order Prediction Differential Model Solved by Using Adams and Explicit Runge-Kutta Numerical Methods



فصلنامه علمی - تخصصی
انجمن علمی دانشجوئی
میان رشته ای «پی تابى نهايت»

صاحب امتیاز: انجمن «پی تابى نهايت»

مدیر مسئول و سردبیر: عرفان عمران زاده

استاد مشاور: دکتر مهدی لطفی زاده

استادیار گروه فیزیک دانشگاه ارومیه /
دکترای فیزیک گرایش ذرات بنیادی و
میدان های کوانتومی / کارشناسی ارشد
فلسفه دین / کارشناسی ارشد روان شناسی
مثبت گرا



اعضای هیئت تحریریه: آماندا مبارز، مبینا یوسفی

یاسین کوسه لو، ریحانه مولائی

مبینا رستمی، لیلا غلامی

سلما بهادری، فاطمه فطین

مهدی رضایی، وحیده ولی خواه

فائزه صمدی، نگار نادری

گروه مصاحبه: نیایش قهرمانی

یاسین کوسه لو

گروه فضای مجازی: وحیده ولی خواه

ندا مصطفی

نگار نادری

گروه ویراستاری: سلما بهادری

مبینا یوسفی

نیایش قهرمانی

مترجم: آماندا مبارز

عکاس: سانای جباری

اسما محمدیان

صفحه آرا: نوید نوری

دستیار صفحه آرایی: فائزه صمدی

طراح لوگو: لیلا غلامی

ریاضیات در پیش‌بینی فرآیندهای زیستی



مبینا یوسفی
دانشجوی کارشناسی آمار



آماندا مبارز

نقش ریاضیات در مدل سازی و پیش بینی سامانه های زیستی

اقلیمی، تخریب زیستگاه‌ها
یا ورود گونه‌های مهاجم را
فراهم می‌سازند. اهمیت این
پیش‌بینی‌ها در آن است که
زیست‌شناسی را از دانشی
توصیفی و گذشته‌نگر به علمی
آینده‌محور تبدیل می‌کنند؛
علمی که می‌تواند پیش از
وقوع بحران‌ها، پیامدها را
هشدار دهد و زمینه‌ی مداخله
آگاهانه را فراهم سازد.

• پشتیبانی از تصمیم‌گیری علمی و مدیریتی

ریاضیات در زیست‌شناسی
تنها به فهم و پیش‌بینی
محدود نمی‌شود، بلکه
نقش مهمی در پشتیبانی از
تصمیم‌گیری‌های علمی،
مدیریتی و سیاست‌گذاری
ایفا می‌کند. نتایج حاصل از
مدل‌های ریاضی به مسئولان
و پژوهشگران این امکان
را می‌دهد که پیامدهای
تصمیمات مختلف را به صورت
کمی ارزیابی کنند.

در حوزه بهداشت عمومی، تحلیل مدل‌های اپیدمیولوژیک مبنای تصمیماتی مانند اعمال محدودیت‌های اجتماعی، برنامه‌های واکسیناسیون و تخصیص منابع درمانی قرار می‌گیرد. در مدیریت منابع طبیعی، مدل‌های جمعیتی به تعیین راهبردهای حفاظت از گونه‌های در معرض خطر و حفظ تعادل اکوسیستم‌ها کمک می‌کنند. حتی در کشاورزی و امنیت غذایی، پیش‌بینی‌های ریاضی امکان برنامه‌ریزی پایدار و کاهش ریسک را فراهم می‌سازد. به این ترتیب، ریاضیات پلی میان نظریه علمی و عمل اجرایی ایجاد می‌کند و تصمیم‌گیری‌ها را از سطح

داده‌ها می‌توان نشان داد که بسیاری از پدیده‌های زیستی از قوانین مشخص و تکرارپذیر پیروی می‌کنند. برای مثال، نوسانات منظم در جمعیت شکارچی و شکار یا چرخه‌های رشد و افول جمعیت‌ها، حاصل ساختارهای غیرخطی مشخصی هستند که تنها از طریق مدل‌سازی ریاضی آشکار می‌شوند. در ژنتیک و زیست‌اطلاعاتی نیز تحلیل ریاضی داده‌های حجیم ژنومی به کشف الگوهای وراثتی، جهش‌های بیماری‌زا و روابط پنهان میان ژن‌ها منجر می‌شود. از این رو، ریاضیات ابزاری اساسی برای عبور از توصیف ظاهری و رسیدن به درک عمیق ساختارهای زیستی است.

- پیش‌بینی رفتار سامانه‌ها و روندهای آینده

یکی از نقاط قوت اصلی استفاده از ریاضیات در زیست‌شناسی، توانایی پیش‌بینی رفتار آینده سامانه‌هاست. مدل‌های ریاضی این امکان را فراهم می‌کنند که بر اساس وضعیت فعلی و قوانین حاکم بر سیستم، مسیرهای محتمل آینده شبیه‌سازی شوند. این پیش‌بینی‌ها می‌توانند شامل رشد یا کاهش جمعیت‌ها، گسترش یا مهار بیماری‌ها و واکنش اکوسیستم‌ها به تغییرات محیطی باشند.

برای نمونه، مدل‌های اپیدمیولوژیک مانند SIR نشان می‌دهند که یک بیماری تحت چه شرایطی به اپیدمی تبدیل می‌شود و چه زمانی به اوج خود می‌رسد. در اکولوژی، مدل‌های جمعیتی امکان پیش‌بینی پیامدهای تغییرات

مقدمه

زیست‌شناسی مدرن با سامانه‌هایی سروکار دارد که ذاتاً پیچیده، غیرخطی و پویا هستند. از تغییرات جمعیتی گرفته تا گسترش بیماری‌ها و تعامل گونه‌ها در اکوسیستم‌ها، پدیده‌های زیستی اغلب تحت تأثیر عوامل متعدد و بازخوردهای متقالی قرار دارند. در چنین شرایطی، مشاهده‌ی تدریجی به تنهایی برای درک عمیق و پیش‌بینی رفتار این سامانه‌ها کافی نیست.

ریاضیات، با فراهم کردن زمان دقیق و ابزارهای تحلیلی، امکان مدل سازی کمی این پدیده ها را فراهم می کند. مدل های ریاضی نه تنها به توصیف وضعیت کنونی سامانه های زیستی کمک می کنند، بلکه ابزاری برای پیش بینی آینده و ارزیابی سناریوهای مختلف نیز به شمار می روند.

اهمیت ریاضیات در زیست‌شناسی

• کشف الگوهای پنهان در سامانه‌های زیستی

سامانه‌های زیستی در نگاه نخست اغلب پیچیده، متغیر و حتی آشوبناک به نظر می‌رسند. تغییرات جمعیت‌ها، تعامل میان گونه‌ها یا فرایندهای مولکولی در سلول‌ها معمولاً الگوی آشکاری ندارند و صرف مشاهده تجربی برای درک آن‌ها کافی نیست. ریاضیات با فراهم کردن زبان دقیق و ابزارهای تحلیلی، امکان شناسایی الگوهای پنهان در دل این پیچیدگی‌ها را فراهم می‌کند.

با استفاده از معادلات دیفرانسیل،
نظریه پایداری، آمار و تحلیل

سخن سرد پیر

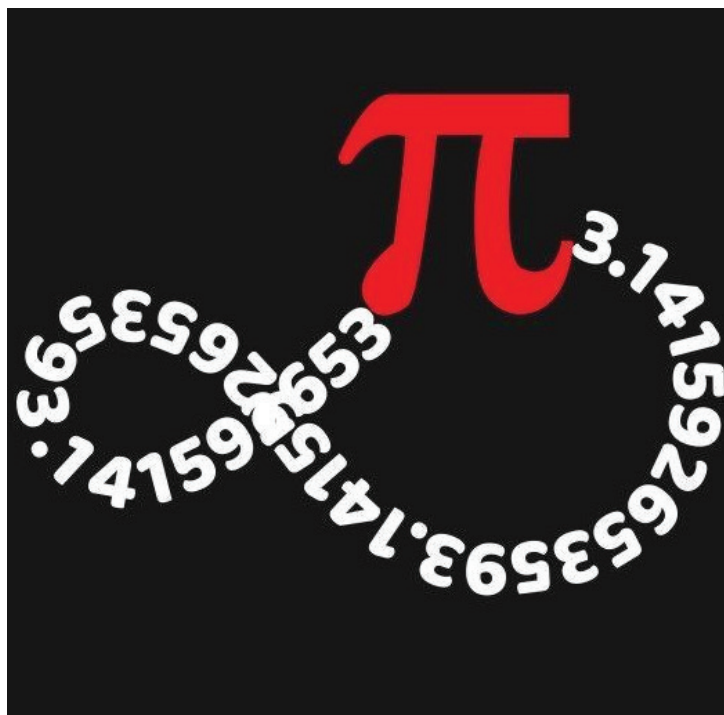


عرفان عمران زاده
دانشجوی کارشناسی ریاضی

پیوندی منسجم میان ریاضیات و سایر رشته‌های علوم پایه برقرار کرد و زمینه‌ساز دستاوردهای علمی ارزشمند شد. با همت و همراهی اعضای پرتلاش انجمن، کانالی برای انتشار مطالب دانشگاهی راه‌اندازی شده است و محتوای پیش رو حاصل سه ماه کوشش مستمر و مسئولانهٔ اعضای تیم است. در این شماره، موضوعات از منظر شنش دانشمند و یک سیاستمدار بررسی شده‌اند. آنچه در این صفحات می‌خوانید، نگرش اینجانب است؛ اما کوشیده‌ام با الهام از دیدگاه‌های اندیشمندان یادشده، نگاهی تحلیلی و چندسویه ارائه دهم. بر خود لازم می‌دانم از دانشگاه ارومیه که زمینهٔ فعالیت رسمی انجمن و انتشار این نشریه را فراهم ساخت، صمیمانه قدردانی کنم. همچنین از کارشناسان فرهنگی که با حمایت و راهنمایی خود ما را یاری کردند، سپاسگزارم. بی‌تردید، بهشت رابه بهای می‌دهند، نه به بهانه. این نخستین تجربهٔ چاپ ما بود؛ تجربه‌ای سرشار از آموختن، تلاش و ورشد. تیم نشریه با پشتکار و تعهدی مداوم کوشید تا به هدفی که ترسیم کرده بود دست یابد و در این مسیر، گامی در جهت تحقق رسالت خود بردارد. امید آن داریم که «پی تا بی‌نهایت» آغازی باشد برای گفت‌وگویی پایدار، عمیق و میان‌رشته‌ای؛ گفت‌وگویی که از دانشگاه آغاز شود و تا افق‌های بی‌نهایت اندیشه امتداد یابد.

پیش از هر سخنی، مفتخرم که به عنوان سردبیر «پی تاب‌ی نهایت» در کنار شما هستم. این نشریه تلاشی است برای حرکت از نقطهٔ آغاز، از «**TT**»، توافق‌های نامتناهیِ بینش و اندیشه؛ سفری از مبنا به معنا، و از پرسش به افق‌های تازهٔ فهم.

این شماره درشش فصل تنظیم شده است: فصل‌هایی که هریک از زاویه‌ای متفاوت به موضوع محوری ما می‌پردازند. دربخش پایانی، باتمرکزی ویژه، حاصل تلاش تیمی حرفه‌ای را برجسته کرده‌ایم: تلاشی که باانتخاب ووبرگزیده شدن در جشنواره، پاسخی درخور یافته و نشان داده است که کار منسجم و همدفمند، بی‌ثمر نخواهد ماند. ایده‌ی مرکزی این شماره، ایده‌ی جسورانه و در عین حال بنیادین است: «پیش بینی». اماپیش بینی نه صرفاً به عنوان یک ابزار، بلکه به مثابه «زبان مشترکِ فهم جهان». زبانی که گویش‌های متعددی دارد و هرگویی‌ش آن، پنجره‌ای تازه به رخ داده‌های فردا و الگوهای پنهان درپس داده‌های امروز می‌گشاید. از همین رو، دراین شماره و شماره‌های آینده، سفر اکتشافی خود را درشش قلمرو موازی و در عین حال درهم‌تنیده پی گرفته‌ایم. هدف از تأسیس این انجمن میان‌رشته‌ای و انتشار این نشریه، تقویت هم‌افزایی میان رشته‌ها، به ویژه حوزه‌های علوم پایه، بوده است. باور داریم که با همکاری و همدلی، می‌توان



حدس و تجربه به سطح تحلیل عقلانی و مبتنی بر شواهد ارتقا می‌دهد.

مدل‌های رشد جمعیت

• مدل رشد نمایی

مدل رشد نمایی یکی از بنیادی‌ترین و در عین حال ساده‌ترین مدل‌های ریاضی در زیست‌شناسی جمعیت به شمار می‌رود. در این مدل فرض می‌شود که نرخ رشد جمعیت در هر لحظه متناسب با اندازه‌ی فعلی جمعیت است؛ به بیان دیگر، هرچه جمعیت بزرگ‌تر باشد، تعداد تولدها یا افزایش افراد نیز بیشتر خواهد بود. همچنین، این مدل برای پیش‌فرض استوار است که منابع محیطی نامحدود بوده و هیچ‌گونه محدودیت خارجی مانند کمبود غذا، فضای رقابت میان افراد وجود ندارد.

بر اساس این فرض‌ها، جمعیت در طول زمان به صورت نمایی افزایش می‌یابد و نمودار تغییرات آن شکلی صعودی و فزاینده دارد. این ویژگی، مدل رشد نمایی را به ابزاری مناسب برای توصیف مراحل اولیه‌ی رشد جمعیت‌ها تبدیل کرده است؛ به‌ویژه در شرایطی مانند رشد باکتری‌ها در محیط آزمایشگاهی، افزایش اولیه‌ی یک گونه در زیستگاهی جدید یا گسترش سریع جمعیت در آغاز یک اپیدمی. در چنین شرایطی که محدودیت‌های محیطی هنوز اثرگذار نشده‌اند، مدل نمایی می‌تواند توصیفی قابل قبول از رفتار واقعی جمعیت ارائه دهد.

علاوه بر این، مدل رشد نمایی نقش مهمی در شکل‌گیری درک اولیه از پدیده‌هایی مانند انفجار جمعیتی دارد. این مدل نشان می‌دهد که حتی نرخ‌های رشد نسبتاً کوچک، در صورت تداوم، می‌توانند در بلندمدت به افزایش‌های بسیار بزرگ جمعیتی منجر شوند. به همین دلیل، این مدل از نظر آموزشی و مفهومی اهمیت ویژه‌ای دارد و مبنای توسعه‌ی بسیاری از مدل‌های

پیشرفته‌تر محسوب می‌شود. **• محدودیت‌های رشد نمایی** با وجود سادگی و قدرت توضیحی، مدل رشد نمایی دارای محدودیت‌های اساسی است که کاربرد آن را به شرایط خاصی محدود می‌کند. در طبیعت واقعی، منابع محیطی همواره محدود هستند و عواملی مانند کمبود غذا، فضا، رقابت درون‌گونه‌ای، شکار، بیماری و تغییرات اقلیمی مانع از ادامه‌ی رشد نامحدود جمعیت می‌شوند. از این رو، رشد نمایی تنها می‌تواند برای بازه‌های زمانی کوتاه یا شرایط کنترل‌شده معتبر باشد.

نادیده گرفتن این محدودیت‌ها باعث می‌شود که پیش‌بینی‌های مدل نمایی در بلندمدت غیرواقع‌بینانه باشند. به عنوان مثال، این مدل نمی‌تواند توضیح دهد که چرا رشد جمعیت‌ها پس از مدتی کند می‌شود یا به یک تعادل نسبی می‌رسد. همین کاستی‌ها ضرورت توسعه‌ی مدل‌های واقع‌گرایانه‌تر، مانند مدل‌های لجستیک و سایر مدل‌های رشد محدود را آشکار می‌سازد؛ مدل‌هایی که با در نظر گرفتن ظرفیت محیطی، تصویر دقیق‌تری از پویایی جمعیت‌ها ارائه می‌دهند.

در مجموع، مدل رشد نمایی اگرچه به تنهایی قادر به توصیف کامل رفتار جمعیت‌ها در طبیعت نیست، اما به عنوان نقطه‌ی شروعی مهم در مدل‌سازی زیستی، نقش اساسی در فهم اصول اولیه‌ی رشد جمعیت و توسعه‌ی نظریه‌های پیشرفته‌تر ایفا می‌کند.

• مدل لجستیک و رشد محدود جمعیت

یکی از جالب‌ترین مدل‌های ریاضی در زیست‌شناسی، مدل لجستیک است که در واقع نسخه‌ی واقع‌بینانه‌تر مدل رشد نمایی به حساب می‌آید. در مدل نمایی ساده، فرض می‌کنیم جمعیت

همیشه با نرخ ثابت رشد می‌کند و هیچ محدودیتی وجود ندارد؛ نتیجه‌اش هم این می‌شود که جمعیت به طور انفجاری و بی‌نهایت افزایش پیدا می‌کند. اما در دنیای واقعی، منابع محدودند، فضا تمام می‌شود، رقابت شدید می‌شود و عوامل دیگر مثل شکارچی‌ها یا بیماری‌ها وارد میدان می‌شوند. اینجا مدل لجستیک وارد می‌شود و می‌گوید: «صبر کن، محیط به ظرفیت حمل‌مشخص دارد و جمعیت نمی‌تونه از به حدی بیشتر بشه.»

• معرفی و بنیان مدل لجستیک این مدل را اولین بار پی‌یر فرانسوا ورهولست در قرن نوزدهم پیشنهاد داد و بعدها دوباره توسط زیست‌شناسان معروفی مثل ری‌موند پِرل مورد توجه قرار گرفت. معادله‌ی اصلی‌اش به این شکل است:

$$rP \left(1 - \frac{P}{K}\right) = \frac{dP}{dt}$$

که در آن:

- P اندازه جمعیت در زمان t است،
- r نرخ رشد ذاتی (intrinsic growth rate) جمعیت است،
- K ظرفیت حمل (capacity) محیط است؛ یعنی حداکثر جمعیتی که محیط می‌تواند به‌طور پایدار نگه دارد.

وقتی جمعیت بسیار کم است ($P \ll K$)، عبارت $\left(1 - \frac{P}{K}\right)$ تقریباً برابر با ۱ می‌شود و معادله رفتاری مشابه مدل رشد نمایی دارد؛ یعنی رشد سریع و شتابدار. اما هرچه جمعیت به K نزدیک‌تر می‌شود، نرخ رشد کاهش می‌یابد و در نهایت، هنگامی که $P = K$ باشد،

$\frac{dP}{dt} = 0$ و جمعیت به حالت پایدار می‌رسد. شکل منحنی رشد نیز معروف به **S-شکل** یا **سیگموئید (sigmoid)** است: ابتدا آهسته، سپس شتابدار، و در نهایت دوباره آهسته تا رسیدن به تعادل.

این مدل نشان می‌دهد که طبیعت خودش یه جور مکانیسم تنظیم‌کننده داره و بدون دخالت خارجی، جمعیت‌ها تمایل دارن به یه سطح پایدار برسن.

• کاربردهای زیستی و واقعی مدل لجستیک

مدل لجستیک فقط یه معادله‌ی خشک و خالی روی کاغذ نیست؛ تو زمینه‌های مختلفی واقعاً به کار می‌آید:

- ۱. رشد جمعیت گونه‌های جانوری و گیاهی** مثلاً وقتی یه گونه‌ی جدید به یه جزیره یا زیستگاه خالی وارد می‌شود (مثل خرگوش‌ها در استرالیا در قرن نوزدهم)، اول رشد نمایی داره، اما بعد از پرشدن منابع، منحنی لجستیک رو می‌بینه و جمعیت به ظرفیت محیط نزدیک می‌شود. زیست‌شناسان با فیت کردن این مدل روی داده‌های واقعی، می‌تونن پیش‌بینی کنن که یه گونه در خطر انقراض هست یا نه، یا برای مدیریت حیات وحش تصمیم بگیرن.

- ۲. گسترش بیماری‌های واگیر** مدل‌های اپیدمیولوژی مثل SIR در اصل از لجستیک الهام گرفتن. وقتی یه بیماری جدید مثل آنفلوآنزا یا حتی کووید-۱۹ شروع به پخش می‌شود، تعداد افراد آلوده اول به سرعت زیاد می‌شود، اما با رسیدن به بخش بزرگی از جمعیت (که یا ایمن شدن یا محدودیت‌های اجتماعی اعمال شده)، سرعت پخش کم می‌شود و منحنی به سمت تعادل می‌رود. این مدل کمک کرد تا سیاست‌گذارها بفهمن کی باید قرنطینه سفت‌تر کنن یا واکسیناسیون رو سرعت بدن.

۳. کشاورزی پایدار و مدیریت منابع

در کشاورزی، مدل لجستیک برای پیش‌بینی عملکرد محصول در مزارع با منابع محدود (آب، خاک، کود) استفاده می‌شود. مثلاً رشد یه جمعیت علف هرز یا آفت رو می‌شه با

این مدل شبیه‌سازی کرد و بهترین زمان سم‌پاشی یا کشت چرخشی رو پیدا کرد. حتی در شیلات، برای تعیین سهمیه‌ی صید ماهی‌های تجاری از این مدل استفاده می‌شود تا جمعیت ماهی از ظرفیت حمل‌پایین‌تر نره و صنعت پایدار بمونه.

- ۴. حوزه‌های فراتر از زیست‌شناسی** جالب اینجاست که همین معادله تو بازاریابی (گسترش یه محصول جدید در بازار)، فناوری (پذیرش یه نوآوری مثل گوشی‌های هوشمند) و حتی جامعه‌شناسی (پخش شایعات یا ایده‌ها در شبکه‌های اجتماعی) هم کاربرد داره. همه‌شون یه الگوی مشترک دارن: شروع آهسته، رشد سریع، و اشباع نهایی.

در نهایت، مدل لجستیک به ما یادآوری می‌کند که رشد بی‌نهایت در دنیای محدود ممکن نیست. این مدل ساده اما قدرتمند، کمک می‌کند تا تصمیم‌های بهتری برای حفظ تعادل اکوسیستم‌ها و منابع بگیریم و از فاجعه‌های احتمالی مثل فروپاشی جمعیت یا از بین رفتن منابع جلوگیری کنیم. اگر داده‌های واقعی داشته باشیم، می‌شه پارامترهای r و K رو تخمین زد و پیش‌بینی‌های دقیق‌تری انجام داد – چیزی که امروزه با نرم‌افزارهای شبیه‌سازی خیلی راحت تر شده.

• مدل‌های اکولوژیکی و تعامل بین گونه‌ها: تمرکز روی مدل لوتکا-ولترا

در اکولوژی، یکی از جذاب‌ترین بخش‌ها، بررسی این است که گونه‌های مختلف چطور با هم تعامل دارن – مثلاً شکارچی و شکار، رقابت برای منابع، یا حتی همکاری‌های متقابل. مدل‌های ریاضی اینجا وارد می‌شن و کمک می‌کنن تا این تعاملات پیچیده رو به زبان اعداد و معادلات ترجمه کنیم. از بین این مدل‌ها، مدل لوتکا-ولترا (Lotka-Volterra) یکی از کلاسیک‌ترین

و تأثیرگذارترین‌هاست که مخصوص توصیف رابطه شکارچی-شکار طراحی شده.

• تاریخچه و معرفی مدل لوتکا-ولترا

این مدل رو همزمان و مستقل، ویتو ولترا (ریاضی‌دان ایتالیایی) در دهه ۱۹۲۰ و آلفرد لوتکا (شیمی‌دان و زیست‌ریاضی‌دان آمریکایی) پیشنهاد دادن. ولترا داشت روی نوسانات جمعیت ماهی‌ها در دریای آدریاتیک کار می‌کرد، و لوتکا هم به دنبال توضیح الگوهای شیمیایی و زیستی بود. نتیجه‌اش یه سیستم ساده اما قدرتمند از دو معادله دیفرانسیل غیرخطی شد:

برای جمعیت شکار (x)، مثلاً خرگوش):

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy$$

برای جمعیت شکارچی (y)، مثلاً روباه):

$$\frac{dy}{dt} = \delta xy - \gamma y$$

که در آن:

- α : نرخ رشد طبیعی شکار بدون شکارچی،
 - β : نرخ شکار شدن (تأثیر شکارچی روی شکار)،
 - δ : نرخ تبدیل شکار خورده شده به رشد شکارچی،
 - γ : نرخ مرگ طبیعی شکارچی بدون غذا.

این معادلات نشان می‌دن که جمعیت شکار بدون شکارچی نمایی رشد می‌کند، اما شکارچی‌ها این رشد رو محدود می‌کنن. درمقابل، شکارچی‌ها بدون شکار می‌میرن، اما با افزایش شکار خودشون هم زیاد می‌شن. نتیجه؟ نوسان‌های دوره‌ای و منظم در هر دو جمعیت - یکی بالا می‌ره، اون یکی پایین، و بعد برعکس.

و جالب‌ترش، تو فضای فاز (phase space)، مسیرها دور یه نقطه تعادلی می‌چرخن و چرخه‌های بسته تشکیل می‌دن:

این مدل ثابت کرد که رفتار

اکوسیستم‌ها می‌تونه کاملاً deterministic باشه و نوسان‌ها از دل ساختار تعاملی بیرون بیاد، نه فقط تصادفی.

• اهمیت غیرخطی بودن و نقشش در ایجاد چرخه‌ها

اگر معادلات خطی بودن، جمعیت‌ها یا به تعادل ثابت می‌رسیدن یا منقرض می‌شدن. اما جمله‌های تعاملی مثل xy (غیرخطی) باعث می‌شن سیستم حساس به شرایط اولیه بشه و نوسان‌های پایدار ایجاد کنه. این غیرخطی بودن، پایه‌ی بسیاری از پدیده‌های پیچیده در طبیعت مثل آشوب (chaos) در سیستم‌های پیشرفته‌تره و نشان می‌ده چرا ریاضیات غیرخطی تو زیست‌شناسی مدرن انقدر مهمه - از پیش‌بینی آب و هوا گرفته تا دینامیک بیماری‌ها.

• شواهد واقعی از طبیعت

یکی از معروف‌ترین مثال‌های واقعی، نوسانات جمعیت خرگوش برفی (snowshoe hare) و سیاه‌گوش کانادایی (lynx) در شمال آمریکاست. داده‌های شرکت خزهداسون بی (از فروش پوست‌ها در قرن نوزدهم و بیستم) دقیقاً چرخه‌های ۱۰ ساله رو نشان می‌دن که مدل لوتکا-ولترا پیش‌بینی می‌کنه:

البته در واقعیت، عوامل دیگه مثل بیماری، غذا و شکارچی‌های دیگه هم دخیلن، اما مدل پایه‌ای این الگو رو عالی توضیح می‌ده.

• توسعه‌ها و گسترش‌های مدل

مدل اصلی خیلی ساده‌ست و فرض می‌کنه محیط بی‌نهایت، بدون تأخیر زمانی و بدون محدودیت منابع. برای همین، زیست‌شناسان بعداً گسترش‌های زیادی روش دادن: - افزودن ظرفیت حمل (مثل ترکیب با مدل لجستیک برای شکار)، که باعث می‌شه نوسان‌ها دamped بشن و به تعادل برسن.

- در نظر گرفتن ساختار فضایی (spatial models) با معادلات

دیفرانسیل جزئی، که الگوهای موجی یا لکه‌دار ایجاد می‌کنه. - اضافه کردن تأخیر زمانی (delay) در پاسخ شکارچی، که می‌تونه به نوسان‌های شدیدتر یا حتی آشوب منجر بشه.

- مدل‌های چندگونه‌ای برای زنجیره‌های غذایی پیچیده‌تر. این گسترش‌ها مدل رو به ابزارهای واقعی برای مدیریت اکوسیستم تبدیل کردن - مثلاً در کنترل آفت‌ها، حفظ گونه‌های در خطر، یا حتی مدل‌سازی اقتصاد (نوسانات بازار) و علوم اجتماعی (پخش ایده‌ها یا درگیری‌ها).

در نهایت، مدل لوتکا-ولترا نه تنها یه دستاورد ریاضی بود، بلکه دری رو به درک دینامیک‌های پیچیده طبیعت باز کرد. هنوز هم پایه‌ی بسیاری از شبیه‌سازی‌های کامپیوتری در اکولوژی تئوریکه و یادمون می‌ندازه که تعادل طبیعت اغلب از دل نوسان و تعامل بیرون میاد، نه سکون مطلق. اگر بخوایم اکوسیستم‌ها رو حفظ کنیم، درک این مدل‌ها ضروریه!

مدل‌های اپیدمیولوژیک: تمرکز روی مدل SIR و بنیان‌های ریاضی آن

اپیدمیولوژی ریاضی یکی از قدرتمندترین ابزارها برای درک و پیش‌بینی گسترش بیماری‌های عفونی‌ست. از همه‌گیری‌های تاریخی مثل طاعون سیاه گرفته تا پاندمی‌های مدرن مثل کووید-۱۹، مدل‌های ریاضی کمک کردن تا بفهمیم چرا بیماری‌ها گاهی انفجاری پخش می‌شن، کی به اوج می‌رسن و چطور می‌تونیم کنترلشون کنیم. در قلب این علم، مدل SIR قرار داره که ساده اما فوق‌العاده تأثیرگذاره.

• **معرفی مدل SIR و ساختار آن**
 مدل SIR رو ویلیام کرمک و آندرس مک‌کندریک در سال ۱۹۲۷ معرفی کردن - یه مدل کلاسیک که جمعیت رو به سه کامپارتمان (گروه) تقسیم می‌کنه:

- Susceptible (S): افراد حساس که هنوز بیماری رو نگرفتند و می‌تونن آلوده بشن.
 - Infected (I): افراد آلوده که بیماری رو دارن و می‌تونن دیگران رو عفونت بدن.
 - Recovered (R): افراد بهبودیافته (یا ایمن شده، مثلاً از طریق مرگ یا ایمنی دائمی) که دیگه نه آلوده می‌کنن نه دوباره حساس می‌شن.
 معادلات دیفرانسیل مدل به این شکل‌اند:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= -\beta \frac{SI}{N} \\ \frac{dI}{dt} &= \beta \frac{SI}{N} - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I \end{aligned}$$

که در آن:

- $N = S + I + R$: کل جمعیت (فرض ثابت)،
 - β : نرخ انتقال بیماری (چقدر تماس بین حساس و آلوده منجر به عفونت می‌شه)،
 - δ : نرخ بهبود (معکوس میانگین دوره عفونی بودن).
 این معادلات نشان می‌دن که بیماری از طریق تماس بین S و I پخش می‌شه، افراد آلوده بهبود پیدا می‌کنن و به R می‌رن.

وقتی مدل رو حل می‌کنیم، منحنی‌های کلاسیک به دست میاد: جمعیت حساس کم کم کاهش پیدا می‌کنه، آلوده‌ها اول افزایش انفجاری دارن (اوج اپیدمی)، بعد کم می‌شن، و بهبودیافته‌ها به تدریج زیاد می‌شن تا بیماری فروکش کنه.

• **نقش کلیدی غیرخطی بودن**
 جمله $\beta SI / N$ کاملاً غیرخطیه - حاصل ضرب دو متغیر جمعیت. این غیرخطی بودن باعث می‌شه مدل بتونه رفتارهای واقعی رو بازسازی کنه: اگر تعداد آلوده‌ها کم باشه، گسترش آهسته‌ست؛ اما وقتی به یه آستانه برسه، ناگهان انفجاری می‌شه. بدون این جمله غیرخطی، مدل

خطی می‌شد و یا بیماری همیشه پخش می‌شد یا سریع خاموش. این ویژگی نشان می‌ده که حتی پدیده‌های به ظاهر تصادفی و آشوبناک اپیدمی‌ها، از قوانین ریاضی ساده اما غیرخطی پیروی می‌کنن و می‌تونیم پیش‌بینیشون کنیم.

یکی از مهم‌ترین خروجی‌های مدل، عدد بازتولید پایه $R_0 = \beta / \gamma$ هست. اگر $R_0 > 1$ ، اپیدمی رخ می‌ده؛ اگر کمتر از ۱ باشه، بیماری خودبه‌خود خاموش می‌شه. ایمنی گله‌ای (herd immunity) هم وقتی به دست میاد که بخش کافی از جمعیت (تقریباً $1 - 1/R_0$) ایمن بشن.

در فضای فاز (S در مقابل I)، مسیرها نشان می‌دن که سیستم به سمت تعادل نهایی حرکت می‌کنه.

• کاربردها در دنیای واقعی

مدل SIR در پاندمی کووید-۱۹ نقش حیاتی داشت. محققان با فیت کردن مدل روی داده‌های واقعی، پیش‌بینی کردن که بدون مداخله، چقدر قربانی می‌گیره، و تأثیر قرنطینه، ماسک و واکسیناسیون رو شبیه‌سازی کردن (که معادل کاهش β یا افزایش R هست).

این مدل برای بیماری‌های دیگه مثل آنفلوآنزا، سرخک یا ابولا هم استفاده شده و کمک کرده تا استراتژی‌های واکسیناسیون طراحی بشه.

• گسترش‌ها و مدل‌های پیشرفته‌تر

مدل SIR پایه‌ست، اما برای واقعیت پیچیده‌تر گسترش پیدا کرده:

- **SIS**: برای بیماری‌هایی که ایمنی دائمی نمی‌دن (مثل بعضی عفونت‌های باکتریایی).
 - **SEIR**: اضافه کردن کامپارتمان Exposed (نهفته) برای دوره کمون.

- مدل‌های با واکسیناسیون (SIRS) یا با کامپارتمان V، ساختار سنی، شبکه‌های اجتماعی (network models) یا فضایی (spatial).

این گسترش‌ها کمک کردن

تا مدل‌ها دقیق‌تر بشن و حتی رفتارهای پیچیده مثل موج‌های دوم یا سوم اپیدمی رو توضیح بدن.

در نهایت، مدل SIR به ما یادآوری می‌کنه که مبارزه با بیماری‌ها نه فقط پزشکی، بلکه ریاضی و برنامه‌ریزی هم هست. با درک این مدل‌ها، می‌تونیم جان میلیون‌ها نفر رو نجات بدیم و جامعه رو برای همه‌گیری‌های آینده آماده‌تر کنیم. واقعاً شگفت‌انگیزه که یه سیستم معادلات ساده، اینقدر قدرت توضیح و پیش‌بینی داره!

عدد سرایت و نقش آن در سیاست‌گذاری بهداشتی

در مبارزه با بیماری‌های واگیردار، یکی از مهم‌ترین ابزارهای علمی که سیاست‌گذاران بهداشتی بهش تکیه می‌کنن، مفهوم **عدد سرایت** یا **عدد بازتولید** (Reproduction Number) هست. این عدد به ما می‌گه یک بیماری چقدر پتانسیل پخش شدن داره و کمک می‌کنه تصمیم بگیریم که چه مداخله‌ای لازمه تا جلوی

گسترشش رو بگیریم. بدون درک این مفهوم، بسیاری از اقدامات مثل قرنطینه، ماسک زدن یا واکسیناسیون، بیشتر حدس و گمان می‌موندن تا علم دقیق.

تعریف عدد سرایت پایه (R_0) و عدد مؤثر (R_t)

R_0 (آر صفر) یا عدد بازتولید پایه، نشان‌دهنده‌ی میانگین تعداد افرادی که یک نفر آلوده، در یک جمعیت کاملاً حساس (بدون هیچ ایمنی قبلی) و بدون هیچ مداخله‌ای، بیماری رو بهشون منتقل می‌کنه. مثلاً اگر R_0 برابر ۳ باشه، هر بیمار به طور متوسط ۳ نفر دیگه رو آلوده می‌کنه - و این زنجیره ادامه پیدا می‌کنه تا اپیدمی انفجاری بشه.

این عدد مستقیماً از پارامترهای مدل‌های اپیدمیولوژیک مثل SIR میاد بیرون: در مدل $R_0 = \beta / \gamma$ ، که β نرخ انتقال و γ نرخ بهبودیه. اما در واقعیت، با ورود مداخله‌ها (مثل فاصله‌گذاری) یا ایمنی بخشی از جمعیت، عدد سرایت به R_t یا **عدد مؤثر** تبدیل می‌شه که با زمان تغییر می‌کنه. اگر $R_t > 1$ بمونه، بیماری رشد

می‌کنه؛ اگر $R_t = 1$ باشه، ثابت می‌مونه؛ و اگر $R_t < 1$ بشه، اپیدمی فروکش می‌کنه.

این نمودارها نشان می‌دن چطور منحنی اپیدمی بسته به R_0 تغییر می‌کنه - وقتی R_0 بالا باشه، اوج شدیدتره، و وقتی پایین بیاد، منحنی مسطح‌تر می‌شه:

و اینجا هم تغییرات R_t در طول زمان برای کووید-۱۹ رو می‌بینید، که با اعمال محدودیت‌ها پایین میاد:

کنترل اپیدمی با کاهش عدد سرایت

مدل‌های ریاضی ثابت کردن که کلید مهار اپیدمی، رسوندن R_t به کمتر از ۱ هست. این کار با کاهش β (نرخ انتقال) انجام می‌شه: مثلاً از طریق ماسک، فاصله اجتماعی، قرنطینه، یا بهبود تهویه فضاها. درپاندمی کووید، کشورهایی که زود R_t رو پایین آوردن (مثل نیوزیلند یا کره جنوبی)، تلفات خیلی کمتری داشتن.

این تحلیل‌ها پایه‌ی علمی سیاست‌هایی مثل تعطیلی مدارس، ممنوعیت تجمعات یا کمپین‌های بهداشتی بودن. حتی بدون واکسن، اگر بتونیم R_0 رو

مثلاً از ۳ به ۰.۸ برسونیم، بیماری خودبه‌خود خاموش می‌شه.

واکسیناسیون و مفهوم ایمنی جمعی (Herd Immunity)

یکی از قدرتمندترین کاربردهای مدل‌های ریاضی، محاسبه‌ی **آستانه ایمنی جمعی** هست. فرمول ساده‌اش اینه: درصد لازم برای ایمن شدن جمعیت $\approx 1 - 1/R_0$. مثلاً برای سرخک که R_0 حدود ۱۲-۱۸ هست، باید بیش از ۹۵-۹۰٪ جمعیت ایمن بشن تا زنجیره انتقال قطع بشه. برای کووید اولیه با R_0 حدود ۲-۳، این عدد حدود ۶۰-۷۰٪ بود، اما با واریانت‌های مسری‌تر مثل امیکرون، بالاتر رفت.

این دیاگرام‌ها آستانه ایمنی جمعی رو برای بیماری‌های مختلف نشان می‌دن و چطور واکسیناسیون منحنی رو کنترل می‌کنه:

مدل‌ها کمک کردن تا بفهمیم واکسیناسیون نه تنها فرد رو حفاظت می‌کنه، بلکه با قطع زنجیره، از افراد آسیب‌پذیر (مثل کسانی که نمی‌تونن واکسن بزنن) هم محافظت

می‌کنه.

استراتژی‌های واکسیناسیون: هدفمند در مقابل همگانی

جالب‌ترین بخش مدل‌سازی، مقایسه رویکردهای مختلف واکسیناسیون هست. در واکسیناسیون **همگانی** (random یا uniform)، واکسن رو به طور یکنواخت در کل جمعیت توزیع می‌کنن - ساده‌ست اما گاهی ناکارآمد.

در مقابل، واکسیناسیون **هدفمند** (targeted) روی گروه‌های پرخطر تمرکز می‌کنه: مثل افراد مسن، کادر درمان، یا کسانی که تماس زیادی دارن (super-spreaders). مدل‌ها نشان دادن که در شرایط محدود بودن واکسن، استراتژی هدفمند می‌تونه مرگ و میر رو بیشتر کاهش بده، چون مستقیماً روی کسانی تأثیر می‌ذاره که بیشترین ریسک رو دارن یا بیشترین انتقال رو انجام می‌دن.

مثلاً در کووید، مدل‌ها پیشنهاد دادن اول واکسیناسیون سالمندان و بعد گسترش به جوان‌ترها، که جان خیلی‌ها رو نجات داد. البته در بلندمدت، برای رسیدن به ایمنی جمعی پایدار، اغلب ترکیبی از هر دو لازمه.

این شبیه‌سازی‌ها کمک کردن تا منابع محدود رو بهینه استفاده کنیم و استراتژی‌های انعطاف‌پذیر طراحی بشه - چیزی که در همه‌گیری‌های آینده هم کاربرد داره.

در نهایت، عدد سرایت و مدل‌های مرتبطش، از ابزارهای تئوریک به ستون اصلی سیاست‌گذاری بهداشتی تبدیل شدن. این علم به ما نشان داد که با تصمیم‌های مبتنی بر داده، می‌تونیم جان میلیون‌ها نفر رو نجات بدیم و جامعه رو سریع‌تر به حالت عادی برگردونیم. واقعاً شگفت‌انگیزه که چند معادله ساده، اینقدر تأثیر واقعی روی زندگی‌ها داشته باشه!

درباره منطق ریاضی و نظریه مدل‌ها

پروفسور علایی عنایت

پژوهشگر حوزه علوم ریاضی و منطق و صاحب نظریه مدل‌ها (Model Theory)

منطق ریاضی چارچوبی بنیادی برای درک ساختارهای

ریاضی و بررسی حدود استدلال صوری فراهم می‌کند.

نظریه مدل‌ها نشان می‌دهد که چگونه زبان‌های

منطقی می‌توانند ساختارهای متفاوت ریاضی را

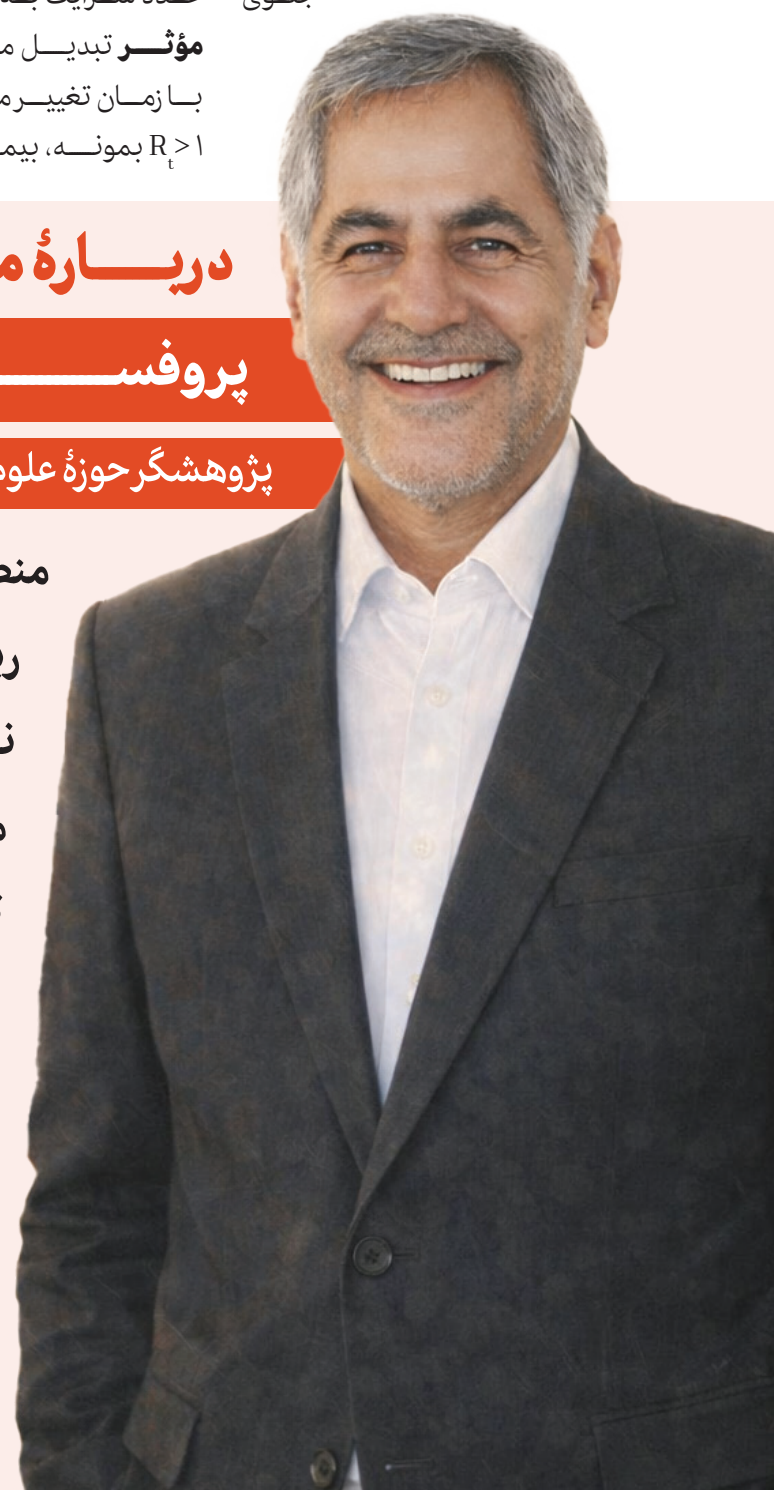
توصیف و مقایسه کنند. مطالعه منطق ریاضی

نه تنها به بنیان‌های ریاضیات عمیق می‌بخشد،

بلکه ارتباطی عمیق میان زبان، معنا و ساختار ایجاد

می‌کند. از دید من، منطق ریاضی پلی است میان

تفکر انتزاعی و فهم دقیق نظام‌مند از ریاضیات.





تحول فیزیک از کیفی به کمی: نقش ریاضیات در بنیان گذاری مکانیک کلاسیک و پیش بینی آینده

چکیده

فیزیک از دوران باستان تا قرن هفدهم بیشتر بر توصیف‌های کیفی و فلسفی استوار بود، اما با ورود ریاضیات به عنوان زبانی دقیق، این علم به سمت تحلیل کمی و پیش‌بینی‌های علمی حرکت کرد. این مقاله روند تاریخی این تحول را بررسی می‌کند و بر نقش کلیدی حساب دیفرانسیل و انتگرال، معادلات دیفرانسیل، و منطق ریاضی در بنیان گذاری مکانیک کلاسیک (نیوتن)، لاگرانژی، همیلتونی (تمرکز دارد. همچنین، کاربرد این ابزارها در الکترومغناطیس، نظریه موج‌ها، و پیش‌بینی تحت عدم قطعیت را مرور می‌کند. نتیجه‌گیری نشان می‌دهد که ریاضیات نه تنها فیزیک را دقیق کرد، بلکه پایه‌ای برای پیش‌بینی پدیده‌های پیچیده در هوش مصنوعی و تصمیم‌گیری فراهم آورد.

مقدمه

فیزیک در دوران پیش از مدرن، بیشتر بر مشاهده و استدلال‌های فلسفی تکیه داشت. مفاهیم مانند نیرو، حرکت و شتاب بدون تعریف دقیق عددی بودند و پیش‌بینی‌های علمی ممکن نبود. اما در قرن هفدهم، با ورود روش‌های علمی و ریاضی، فیزیک از توصیفی کیفی به علمی کمی تبدیل شد. این تغییر نه تنها امکان تحلیل دقیق پدیده‌ها را فراهم کرد، بلکه پیش‌بینی آینده سیستم‌های پویا را ممکن ساخت. در این مقاله، نقش گالیله، نیوتن، لاگرانژ و همیلتون را در این تحول بررسی می‌کنیم و به کاربرد ریاضیات در الکترومغناطیس و منطق ریاضی برای پیش‌بینی

یاسین کوسه‌لو

دانشجوی کارشناسی مهندسی برق



ریحانه مولائی

دانشجوی کارشناسی ریاضیات و کاربردها



می‌پردازیم. این بررسی نشان می‌دهد چگونه ریاضیات فیزیک را از فلسفه جدا کرد و به علمی عملی تبدیل نمود.

نقش گالیله در آغاز کمی‌سازی

گالیله اولین کسی بود که فیزیک را با روش علمی و ریاضی ترکیب کرد. او با انجام آزمایش‌های کنترل شده و اندازه‌گیری دقیق، مفاهیم سرعت و شتاب را به صورت کمی بیان کرد. برای مثال، در آزمایش سقوط آزاد اجسام، نشان داد که شتاب همه اجسام (بدون در نظر گرفتن جرم) یکسان است. این کار پایه‌ای برای قوانین حرکت شد و فیزیک را از فلسفه جدا کرد.

گالیله با استفاده از زمان و حرکت، روابط ریاضی

ساده‌ای مانند $s = 0.5at^2$ را معرفی کرد. این روابط نشان داد که طبیعت قوانین ریاضی دارد و پیش‌بینی ممکن است. بدون این رویکرد، تحولات بعدی مانند قوانین نیوتن ممکن نبود. گالیله همچنین از تلسکوپ برای اندازه‌گیری دقیق موقعیت سیارات استفاده کرد و نشان داد که جهان بر اساس قوانین قابل محاسبه عمل می‌کند. این اندازه‌گیری‌ها پایه‌ای برای پیش‌بینی حرکت اجرام آسمانی شد و نشان داد که ریاضیات می‌تواند آینده را از داده‌های فعلی استخراج کند.

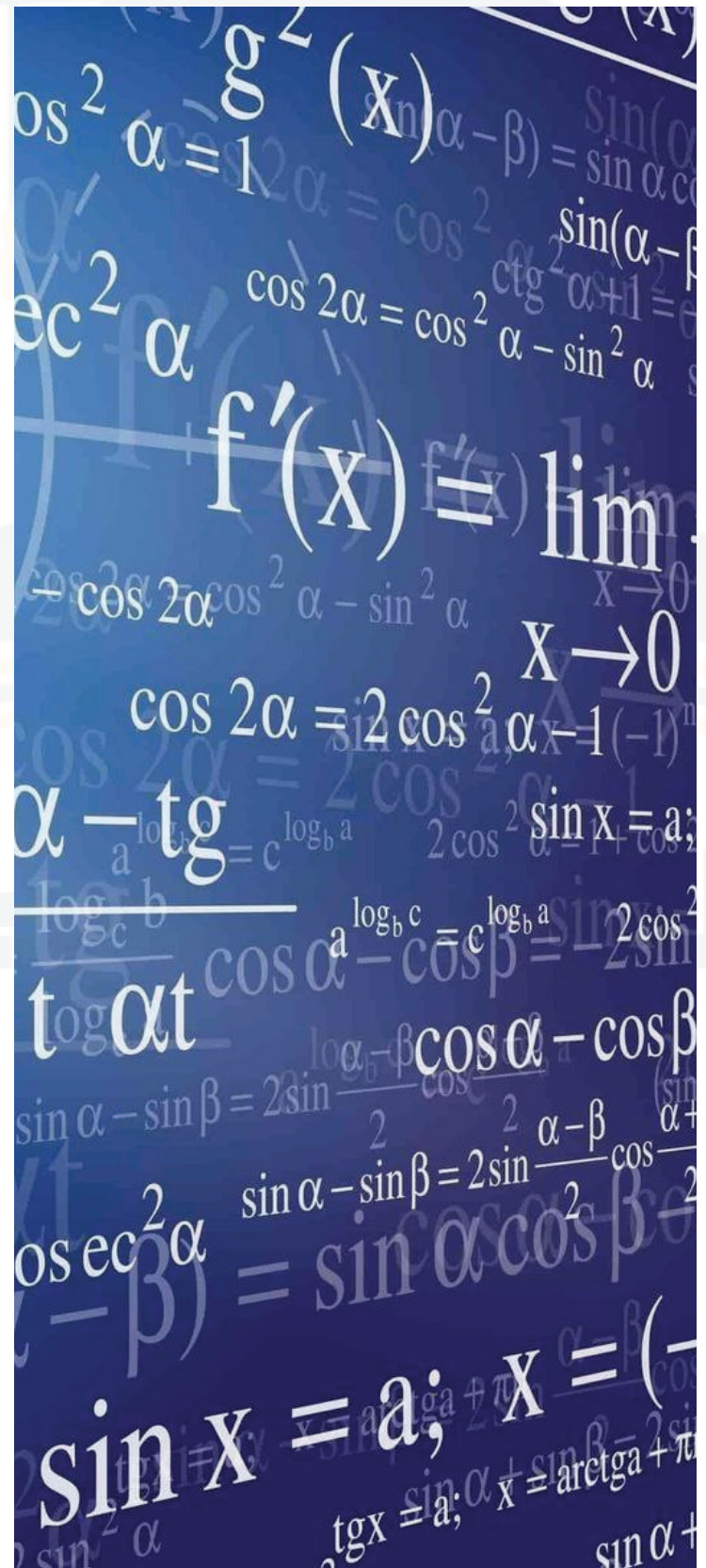
نیوتن و فرمول بنندی ریاضی قوانین طبیعت

اسحاق نیوتن با ابداع حساب دیفرانسیل و انتگرال، فیزیک را کاملاً کمی کرد.

قانون دوم نیوتن ($F = ma$) خود یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم است که شتاب را به عنوان مشتق دوم موقعیت تعریف می‌کند. این معادله مسیر حرکت اجسام را پیش‌بینی می‌کند و پایه مکانیک کلاسیک شد.

نیوتن در کتاب "اصول ریاضی فلسفه طبیعی"، قوانین حرکت و گرانش را با معادلات بیان کرد. برای مثال، گرانش $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ نه تنها نیرو را توصیف می‌کند، بلکه با ادغام در معادلات دیفرانسیل، مدار سیارات را پیش‌بینی می‌نماید. این کار فیزیک را از توصیف کیفی به پیش‌بینی دقیق تبدیل کرد و امکان محاسبه مسیر گلوله‌ها یا سیارات را فراهم آورد.

نیوتن همچنین از حساب انتگرال برای محاسبه کار و انرژی استفاده کرد و نشان داد که انرژی حفظ می‌شود. این اصول پایه‌ای



باز کرد. این زبان جبر پواسون را معرفی کرد و پیش‌بینی رفتار سیستم‌ها در حالت‌های انرژی را ممکن ساخت. همیلتون فیزیک را به ریاضیات مدرن نزدیک کرد و پایه مکانیک کوانتومی شد. فضای فاز امکان پیش‌بینی احتمالاتی را فراهم کرد و در سیستم‌های آشوبی کاربرد دارد.

این تحولات فیزیک را منسجم کردند و پیش‌بینی پدیده‌های پیچیده مانند حرکت سیالات را فراهم آوردند. بدون این تعمیم،

کل جریان الکتریکی از سطح بسته برابر شدت میدان است. قانون فارادی تغییرات مغناطیسی را به میدان الکتریکی مرتبط می‌کند و پایه ژنراتورها است. این معادلات پیش‌بینی انتشار امواج را ممکن کردند و پایه فناوری‌های مدرن مانند تلفن همراه شدند.

ریاضیات و شکل‌گیری مکانیک کوانتومی

مکانیک کوانتومی کاملاً ریاضیاتی است. معادله شرودینگر ($i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}\psi$) یک PDE خطی است

مانند پیش‌بینی روند بیماری‌ها یا تحلیل بازارها. منطق فازی عدم قطعیت را با درجه عضویت مدیریت می‌کند و در پیش‌بینی آب و هوا یا تقاضا بازار مفید است. نظریه امکان عدم قطعیت‌های مبهم را بررسی می‌کند و در تصمیم‌گیری اقتصادی کاربرد دارد.

پیش‌بینی دردنیای نامطمئن

تحقیقات تئلاک نشان می‌دهد افراد منظم می‌توانند پیش‌بینی‌های

منطق ریاضی معتبر بودن استدلال‌ها را بررسی می‌کند و چارچوبی برای پیش‌بینی فراهم می‌آورد. منطق خودکار در سیستم‌های هوش مصنوعی برای پیش‌بینی مسائل سخت کاربرد دارد، مانند پیش‌بینی روند بیماری‌ها یا تحلیل بازارها. منطق فازی عدم قطعیت را با درجه عضویت مدیریت می‌کند و در پیش‌بینی آب و هوا یا تقاضا بازار مفید است. نظریه امکان عدم قطعیت‌های مبهم را بررسی می‌کند و در تصمیم‌گیری اقتصادی کاربرد دارد.

فیزیک محدود به موارد ساده می‌ماند.

ریاضیات در الکترومغناطیس و نظریه موج‌ها

جیمز کلرک ماکسول ریاضیات را به اوج رساند. معادلات ماکسول چهار معادله میدان هستند که دیفرانسیل‌گیری برداری را وارد فیزیک کردند. این معادلات شامل خروجی (divergence) و چرخش (curl) هستند و نشان می‌دهند نور موج الکترومغناطیسی است.

معادلات ماکسول معادلات دیفرانسیل جزئی (PDE) هستند و پدیده‌هایی مانند تداخل، پراش و قطبش را توضیح می‌دهند. تحلیل فوری در این نظریه نقش کلیدی دارد و هر موج را به اجزای سینوسی تجزیه می‌کند. این ابزار پایه مخابرات، امواج رادیویی و لیزر شد. برای مثال، قانون گاوس برای الکتریسیته نشان می‌دهد

که تابع موج را در فضای هیلبرت تعریف می‌کند. این فضا با بردارها (حالت‌های کوانتومی) و عملگرها (کمیت‌های قابل اندازه‌گیری) کار می‌کند. جبر لی و ماتریس‌ها در نظریه اسپین و تقارن‌ها نقش دارند. ماتریس‌های پاولی و گروه‌های لی ($SU(2)$, $SO(3)$) رفتار ذرات را پیش‌بینی می‌کنند. بدون این مفاهیم، توصیف فوتون یا کوارک ممکن نبود. مکانیک کوانتومی پیش‌بینی احتمالاتی را معرفی کرد و پایه کامپیوترهای کوانتومی شد.

مبانی منطق ریاضی در پیش‌بینی منطق ریاضی معتبر بودن استدلال‌ها را بررسی می‌کند و چارچوبی برای پیش‌بینی فراهم می‌آورد. منطق خودکار در سیستم‌های هوش مصنوعی برای پیش‌بینی مسائل سخت کاربرد دارد،

بهتری داشته باشند. سیستم‌های مبتنی بر منطق نامعین در اقتصاد و سیاست کاربرد دارند.

تصمیم‌گیری در جهان مبهم

منطق نامعین پازل عدم قطعیت را حل می‌کند. در فلسفه ریاضیات، منطق پایه ساختارها است و فیلسوفانی مانند ابن سینا و گودل نقش آن را تحلیل کرده‌اند.

منطق در بنیادهای ریاضیات و فلسفه

منطق پایه ریاضیات است و نظریه‌های فازی، نامعین و کلاسیک نگرش‌های متفاوتی ارائه می‌کنند.

نتیجه‌گیری

ریاضیات فیزیک را از کیفی به کمی تبدیل کرد و پیش‌بینی را ممکن ساخت. از مکانیک کلاسیک تا کوانتومی، این ابزارها جهان را تغییر دادند. درک این نقش، کلید حل چالش‌های آینده است.

برای فیزیک مدرن شد و نشان داد ریاضیات می‌تواند طبیعت را پیش‌بینی کند. بدون حساب دیفرانسیل، توصیف تغییرات پیوسته مانند سرعت و شتاب ممکن نبود، و پیش‌بینی آینده سیستم‌های پویا مانند پرتابه‌ها یا نوسان آونگ به واقعیت تبدیل نمی‌شد.

تکمیل و تعمیم کمی‌سازی

پس از نیوتن، ریاضی‌دانان و فیزیک‌دانان بزرگی مانند اویلر، لاگرانژ و همیلتون مکانیک را به نظام ریاضی تبدیل کردند. لاگرانژ با حساب تغییرات، مکانیک را از حالت نیرومحور نیوتنی جدا کرد. او تابع لاگرانژین ($L = T - V$) را تعریف کرد و اصل کمینه کنش $S = \int L dt$

(را معرفی نمود. این اصل نشان می‌دهد که در طبیعت، حرکت واقعی آن است که کمینه کنش را برقرار کند. این اصل در مکانیک کوانتومی نیز کاربرد دارد. برای مثال، در پیش‌بینی حرکت ماهواره‌ها، لاگرانژ تعمیم‌پذیری بیشتری نسبت به نیوتن ارائه می‌دهد. همیلتون با فضای فاز و معادلات همیلتون ($\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}$, $\dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}$) راه را برای فیزیک آماری

پیشرفت هوش مصنوعی در علوم

پایه چگونه بوده است؟

هوش مصنوعی در علوم پایه مثل فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی و ریاضیات، تحول بزرگی ایجاد کرد است. مثلاً در زیست‌شناسی، ساختار پروتئین‌ها رو با دقت بالا پیش بینی می‌کنه و تحقیقات رو سال‌ها جلو انداخته – میلیون‌ها ساختار رو در عرض ماه‌ها حل کرده است که قبلاً دهه‌ها طول می‌کشید.

در فیزیک و شیمی، هوش مصنوعی، شبیه‌سازی‌های کوانتومی و کشف مواد جدید را سرعت بخشیده، مثل طراحی باتری‌های بهتری. پیش‌بینی واکنش‌های شیمیایی. در ریاضیات هم، هوش مصنوعی قضیه‌های پیچیده رو اثبات می‌کند یا الگوهای داده‌های بزرگ رو پیدا می‌کند.

تأثیر این حول چگونه می‌تواند باشد؟

تحقیقات را سریع‌تر، ارزان‌تر و دقیق‌تر کرده، و به حل مسائل بزرگ مثل تغییرات آب و هوایی یا بیماری‌ها کمک شایانی رسانده است. خلاصه، هوش مصنوعی از ابزار کمکی، به شریک اصلی علم تبدیل خواهد شد!

هوش مصنوعی در شبیه‌سازی‌های

فیزیکی نقش کلیدی ایفا کرده است؟

بله مثلاً در فیزیک ذرات، هوش مصنوعی داده‌های عظیم را تحلیل و شبیه‌سازی می‌کند، که بدون آن، پردازش این حجم داده سال‌ها طول می‌کشید. حالا در عرض ساعت‌ها نتایج دقیق می‌گیرند. در شبیه‌سازی‌های سیالاتی و آب و هوایی، مدل‌های مختلف هوش مصنوعی جریان‌های پیچیده هوا یا اقیانوس‌ها رو با سرعت و دقت بالاتری پیش‌بینی می‌کنند. در فیزیک کوانتومی هم، هوش مصنوعی شبیه‌سازی‌های مولکولی را سرعت بخشیده، که برای کشف دارو یا مواد نوین حیاتی می‌تواند باشد.

تأثیرات ان می‌تواند به این گونه باشد که هزینه‌ها را کم کرده، دقت را بالا برده و مسائل پیچیده‌ای مثل گرانش کوانتومی رو قابل دسترس‌تر کرده. می‌گویند فیزیک رو را حالت نظری به عملی می‌بره!

هوش مصنوعی آیا در تحلیل

داده‌هایی نجومی هم موفق

عمل کرده یا خیر؟

بله، هوش مصنوعی در تحلیل داده‌های نجومی واقعاً موفق بوده و نقش بزرگی ایفا کرده. حجم داده‌های تلسکوپ‌ها (مثل هابل) انقدر زیاد است که بدون هوش مصنوعی، پردازش آن خیلی سخت است. حالا تا آنجایی که من اطلاع دارم نويزها را حذف می‌کند، الگوها را پیدا می‌کند و نتایج را سریع‌تر و دقیق‌تر می‌دهد. مثال:

• **کشف سیارات فرازمینی:** مثلاً می‌گویند که هوش مصنوعی روی داده‌های ما کار کرده و چندین سیاره جدید را شناسایی و تایید کرده است.

• موج‌های گرانشی

• **نقشه‌برداری کیهان:** هوش مصنوعی چندین کهکشان را دسته‌بندی کرده و پدیده‌هایی مثل نواخترها را پیدا میکند

در نتیجه دقت هوش مصنوعی تا خیلی بالا رفته، زمان تحلیل را خیلی کم کرده و به دانشمندان کمک کرده تا رازهای کیهان و جهان را بهتر بفهمند. مثل اینکه که هوش مصنوعی چشم‌های تیزبین‌تری به نجوم اضافه کرده!

ارتباط هوش مصنوعی با فیزیک و مباحث فیزیک چگونه است؟

هوش مصنوعی مثل یک دستیار فوق‌هوشمند برای فیزیک عمل می‌کند و ارتباط آنها دوطرفه‌ست: هوش مصنوعی از قوانین فیزیک (مثل آمار، ترمودینامیک و کوانتوم) الهام می‌گیرد تا کار کند، و در عوض، به فیزیکدان‌ها کمک می‌کند تا جهان را بهتر بفهمند. به سادگی، هوش مصنوعی داده‌های بزرگ را پردازش می‌کند، الگوهای پنهان رو پیدا می‌کند و مسائل پیچیده رو شبیه‌سازی می‌کند – کاری که مغز انسان به تنهایی یا نمیتوانسته انجام دهد یا در انجام آن کند بوده را سریع انجام می‌دهد. مثلاً در همه شاخه‌های فیزیک، از ذرات ریزاتمی تا کیهان بزرگ، هوش مصنوعی نقش کلیدی دارد و بعضی‌ها می‌گویند فیزیک را از حالت نظری به عملی تبدیل کرده است.

کمک به دانشمندان فیزیک:

• **سرعت و کارایی:** مسائل فیزیکی که قبلاً ماه‌ها یا سال‌ها طول می‌کشید، حالا در دقیقه‌ها یا ساعت‌ها حل می‌شوند.

• **دقت و کاهش اشتباه:** با الگوریتم‌های یادگیری ماشین، نویزها رو حذف می‌کند و نتایج را تا جایی که میتواند دقیق بیان میکند. این کار خطاهای انسانی رو کم می‌کند و دانشمندان را از محاسبات خسته‌کننده نجات می‌دهد.

• **کشف‌های جدید:** الگوهایی رو میابد که انسان‌ها نمی‌بینند، مثل مواد جدید برای باتری‌ها یا رفتار ماده تاریک. در نتیجه، دانشمندان وقت بیشتری برای ایده‌پردازی و آزمایش‌های خلاقانه دارند.

• **شبیه‌سازی‌های پیشرفته:** جهان‌های پیچیده (مثل همجوشی هسته‌ای یا سیاهچاله‌ها) رو مدل‌سازی می‌کند و به دانشمندان اجازه می‌دهد فعالیت گسترده‌تری داشته باشند

آینده هوش مصنوعی را چگونه می‌بیند؟

آینده هوش مصنوعی از دیده‌من می‌تواند فوق‌العاده هیجان‌انگیز و تحول‌آفرین باشد تا ۲۰۱۰ سال آینده، هوش مصنوعی مثل یک مغز جهانی عمل می‌کند که همه صنایع را تغییر می‌دهد: از پزشکی (تشخیص بیماری‌ها با دقت بالا) و حمل‌ونقل (ماشین‌های خودران کاملاً ایمن) گرفته تا آموزش (کلاس‌های آنلاین و باکیفیت) و محیط زیست (پیش‌بینی تغییرات در اقلیم‌ها). اما موفقیتش به مدیریت درست سیاست‌هایی بستگی داره.

وابستگی به سیاست‌ها

آینده هوش مصنوعی می‌تواند وابسته به سیاست‌های جهانی و ملی باشد. مثلاً:

• سیاست‌های اخلاقی و مقرراتی:

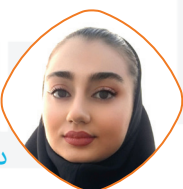
کشورهایی مثل اتحادیه اروپا با قوانین سخت‌گیرانه هوش مصنوعی را ایمن نگه می‌دارند و از سوءاستفاده جلوگیری می‌کنند. بدون این سیاست‌ها، هوش مصنوعی می‌تواند نابرابری را افزایش دهد یا سلاح‌های خودکار بسازد که به ضرر

انسان تمام شود. • **سرمایه‌گذاری و حمایت دولتی:** سیاست‌های تشویقی مثل بودجه‌های تحقیقاتی سرعت پیشرفت رو تعیین می‌کنند. اگر دولت‌ها همکاری کنند (مثل توافق‌های بین‌المللی برای هوش مصنوعی مفید)، نوآوری شتاب می‌گیرد. • **امنیت و همکاری:** سیاست‌های ضدحقوق بشری یا جنگ‌های تجاری می‌تونن فعالیت هوش مصنوعی را محدود کنند یا به سمت نظامی‌بهرن. برعکس، سیاست‌های باز مثل اشتراک داده‌ها و شفاف‌سازی، آینده‌ای مثبت می‌سازند. در نهایت، اگر سیاست‌ها متعادل باشند یعنی نوآوری را تشویق کنند اما ریسک‌ها را کنترل کنند هوش مصنوعی به ابزاری برای کمک به بشر تبدیل می‌شود.



یاسین کوسه‌لو

دانشجوی کارشناسی مهندسی برق



نیایش قهرمانی

دانشجوی کارشناسی ریاضیات و کاربردها

هوش مصنوعی در علوم پایه و ارتباط آن با فیزیک

مصاحبه با دکتر کوروش آقاییاری عضو هیئت علمی گروه فیزیک دانشگاه ارومیه





پیش‌بینی و منطق ریاضی: پیوند عمیق میان رویکردهای ریاضی

لیلا غلامی

دانشجوی کارشناسی ریاضیات و کاربردها

مبینا رستمی

دانشجوی کارشناسی ریاضیات و کاربردها

مقدمه

منطق ریاضی نه تنها پایه‌ای برای استدلال‌های دقیق است، بلکه ابزاری کلیدی برای پیش‌بینی پدیده‌های پیچیده به شمار می‌رود. کاوش در قلب این منطق نشان می‌دهد چگونه از مبانی نظری تا کاربردهای عملی در هوش مصنوعی و تصمیم‌گیری تحت عدم قطعیت، نقش حیاتی ایفا می‌کند. در جهانی که عدم قطعیت بخشی جدایی‌ناپذیر از واقعیت است، منطق ریاضی به ما کمک می‌کند الگوهای پنهان را کشف کنیم و آینده را با اطمینان بیشتری ترسیم نماییم. این پیوند، پیش‌بینی را از حدس و گمان به علمی مبتنی بر استدلال تبدیل کرده و در حوزه‌های متنوعی مانند اقتصاد، پزشکی و محیط زیست کاربرد دارد.

مبانی منطق ریاضی: زبان دقیق استدلال‌ها

منطق ریاضی شاخه‌ای از ریاضیات است که معتبر بودن استدلال‌ها را بررسی می‌کند. این منطق فراتر از سیستم‌های دودویی

ساده عمل می‌کند و چارچوبی برای تحلیل مسائل پیچیده فراهم می‌آورد. برای مثال، در اثبات قضیه‌های هندسی یا حل معادلات، منطق ریاضی تضمین می‌کند گام‌ها معتبر باشند. بدون این پایه، بسیاری از پیشرفت‌های علمی ممکن نبود. فیلسوفان و ریاضی‌دانانی مانند ارسطو و گوتلوب فرگه بنیان‌های آن را گذاشتند و نشان دادند چگونه استدلال‌های منطقی به نتایج قطعی منجر می‌شوند.

در پیش‌بینی، منطق ریاضی کمک می‌کند تا روابط علت و معلولی را دقیق‌تر بفهمیم. مثلاً در مدل‌های اقتصادی، از استدلال‌های منطقی برای پیش‌بینی روند بازار استفاده می‌شود، جایی که متغیرهای متعدد مانند نرخ بهره و تورم باید با هم هماهنگ شوند. این مبانی نه تنها در ریاضیات محض، بلکه در علوم کاربردی مانند زیست‌شناسی محاسباتی نقش دارند، جایی که مدل‌سازی فرآیندهای

سلولی برپایه استدلال‌های منطقی انجام می‌گیرد.

منطق خودکار: هوش ماشین از فرمان منطق

منطق محاسباتی کاربرد عملی منطق ریاضی در طراحی الگوریتم‌ها و سیستم‌های خودکار است. این رویکرد به رایانه‌ها اجازه می‌دهد مسائل سخت را پیش‌بینی و تحلیل کنند. سیستم‌های هوش مصنوعی که با قواعد استنتاج و منطق فازی کار می‌کنند، مثال بارزی هستند. برای نمونه، در خودروهای خودران، منطق خودکار تصمیم می‌گیرد که براساس داده‌های ورودی مانند فاصله و سرعت، چگونه واکنش نشان دهد. این سیستم‌ها نه تنها ایمنی را افزایش می‌دهند، بلکه در حوزه‌هایی مانند پزشکی - پیش‌بینی روند بیماری‌ها - یا اقتصاد - تحلیل بازارها - کاربرد دارند.

در پیش‌بینی‌های صنعتی، منطق خودکار در سیستم‌های کنترل خودکار مانند روبات‌های کارخانه استفاده می‌شود،

جایی که پیش‌بینی خرابی تجهیزات براساس داده‌های واقعی زمان انجام می‌گیرد و هزینه‌ها را کاهش می‌دهد. مثلاً در کارخانه‌های خودروسازی، الگوریتم‌های مبتنی بر منطق محاسباتی می‌توانند با تحلیل داده‌های سنسورها، زمان توقف خط تولید را پیش‌بینی کنند و از خسارات میلیون دلاری جلوگیری نمایند. این رویکرد با ترکیب با داده‌های بزرگ، پیش‌بینی‌های دقیق‌تری ارائه می‌دهد و سیستم‌های خودکار را هوشمندتر می‌کند.

منطق فازی: پل میان قطعیت و واقعیت‌های خاکستری

منطق فازی به رایانه‌ها اجازه می‌دهد تا با عدم قطعیت کار کنند، درست مثل ذهن انسان که جهان را سیاه و سفید نمی‌بیند. در این منطق، ارزش‌ها بین صفر و یک قرار می‌گیرند و درجه عضویت را نشان می‌دهند. مثلاً در پیش‌بینی آب و هوا، جایی که شرایط "تقریباً بارانی" مطرح است، منطق فازی بهتر از سیستم‌های کلاسیک عمل می‌کند. این رویکرد در کنترل سیستم‌های پیچیده مانند آسانسورها یا دستگاه‌های پزشکی کاربرد دارد و تصمیم‌گیری‌ها را انعطاف‌پذیرتر می‌سازد.

در هوش مصنوعی، منطق فازی با شبکه‌های عصبی ترکیب شده و مدل‌هایی مانند ANFIS را ایجاد کرده که پیش‌بینی‌های دقیق در شرایط مبهم ارائه می‌دهند. برای مثال، در پیش‌بینی تقاضای بازار، جایی که عوامل "تقریباً اقتصادی" تأثیرگذار هستند، این منطق دقت را افزایش می‌دهد. در پزشکی، منطق فازی برای پیش‌بینی پیشرفت بیماری‌هایی مانند دیابت استفاده می‌شود، جایی که علائم "نسبتاً شدید" باید با درجه‌بندی تحلیل شوند تا درمان مناسب انتخاب گردد.

منطق نامعین و تصمیم‌گیری تحت عدم قطعیت

منطق نامعین و نظریه امکان به عنوان رویکردی جدید، عدم قطعیت‌های مبهم را

بهتر از نظریه احتمال بررسی می‌کند. این نظریه توسط دکتر لطفی عسکزاده و همکارانش توسعه یافته و همراه با منطق فازی به کار می‌رود. در شرایطی که اطلاعات ناقص، مبهم یا متناقض‌اند، نظریه امکان میزان امکان وقوع پیشامدها را معرفی می‌کند.

در نقص اطلاعات، این منطق کمک می‌کند تا با داده‌های محدود کار کنیم. برای مثال، در تصمیم‌گیری‌های مالی، جایی که بازارها پراز ابهام هستند، نظریه امکان سناریوهای ممکن را اولویت‌بندی می‌کند و ریسک را کاهش می‌دهد. در علوم زیستی، این رویکرد برای پیش‌بینی تغییرات اکوسیستم‌ها تحت تأثیر عوامل نامعلوم مانند تغییرات آب و هوایی کاربرد دارد.

پیش‌بینی در دنیای نامطمئن: ترکیبی از هنر و علم

تحقیقات فیلیپ تتلاک نشان می‌دهد حتی افراد غیرمتخصص، اگر منظم و دقیق عمل کنند، می‌توانند پیش‌بینی‌های بهتری از متخصصان داشته باشند. پیش‌بینی سنجیده نیازمند تعریف واضح شرایط و اندازه‌گیری مستمر دقت است. سیستم‌های مبتنی بر منطق نامعین در اقتصاد، سیاست و علوم زیستی کاربرد بسیاری دارد.

برای نمونه، در سیاست، منطق نامعین کمک می‌کند تا نتایج انتخابات را با داده‌های نظرسنجی مبهم پیش‌بینی کنیم. در اقتصاد، این سیستم‌ها برای تحلیل روندهای بازار تحت عدم قطعیت‌های جهانی مانند تحریم‌ها استفاده می‌شوند. این رویکرد پیش‌بینی را از هنر به علمی قابل اندازه‌گیری تبدیل کرده و دقت را افزایش می‌دهد.

تصمیم‌گیری در جهان مبهم

هر انتخاب پازلی در پیچیدگی عدم قطعیت است که منطق نامعین به ما کمک می‌کند قطعات آن را کنار هم بگذاریم و به بهترین نتیجه برسیم. در فلسفه ریاضیات، منطق پایه ساختارها است و فیلسوفانی

پیش‌بینی با آمار

فاطمه فطین

دانشجوی کارشناسی آمار



سلما بهادری

دانشجوی کارشناسی آمار



ساخت و ارزیابی مدل‌ها:

روش‌هایی مانند رگرسیون خطی و یادگیری ماشین آماری، بر پایه آمار هستند. همچنین از آمار برای محاسبه خطای پیش‌بینی استفاده می‌کنیم. **ساده‌سازی پدیده‌های پیچیده:** آمار در پیش‌بینی پدیده‌هایی مانند تغییرات آب‌وهوا یا رفتار انسانی کمک می‌کند تا نویز (عوامل تصادفی) از سیگنال (الگوهای واقعی) جدا شود.

کاربردهای پیش‌بینی آماری

در حوزه‌های مختلف

اقتصاد: از آمار در پیش‌بینی رشد، تورم، بیکاری و یانرخ ارز استفاده می‌شود. برای مثال، بانک‌های مرکزی مانند فدرال رزرو از مدل‌های اکونومتری برای پیش‌بینی رکود اقتصادی بهره می‌برند. این پیش‌بینی‌ها برای

است و نقش آن در تبدیل داده‌های خام به اطلاعات مفید برای پیش‌بینی پدیده‌ها مهم و حیاتی می‌باشد. آمار در شناسایی الگوها، مدیریت عدم قطعیت، ساخت و ارزیابی مدل‌ها و ساده‌سازی پدیده‌های پیچیده به ما کمک می‌کند. بدون آمار پیش‌بینی به حدس تبدیل می‌شود و دقت آن کاهش می‌یابد.

شناسایی الگوها: با استفاده از آمار توصیفی (مانند میانگین و واریانس) و آمار استنباطی (مانند آزمون‌های فرضیه)، روابط بین متغیرها را کشف می‌کنیم.

مدیریت عدم قطعیت: آمار ابزارهایی مانند بازه اطمینان و احتمال را فراهم می‌کند تا پیش‌بینی‌ها با درجه‌ای از اطمینان همراه باشند.

گفتن این جمله تاثیری ندارد. **تخمین:** کمی دقیق‌تر از حدس است و حتی ممکن است بر اساس تجربیات گذشته باشد. اما فاقد روش‌های آماری سیستماتیک است. مانند تخمین هزینه یک پروژه بر اساس پروژه‌های مشابهی که قبلاً انجام شده‌اند؛ بدون استفاده از مدل‌های ریاضی.

تفاوت پیش‌بینی و حدس یا تخمین: پیش‌بینی بر داده‌های کمی، مدل‌های آماری (مانند رگرسیون و یا سری‌های زمانی) و ارزیابی خطا تکیه دارد؛ قابل تکرار، قابل آزمون و بهبودپذیر است و برآورده تمركز دارد. در حالی که از تخمین اغلب برای مقادیر فعلی یا گذشته استفاده می‌شود. حدس و تخمین بیشتر ذهنی و غیرقابل اندازه‌گیری هستند.

نقش آمار در پیش‌بینی پدیده‌ها

آمار پایه و اساس پیش‌بینی

مفاهیم پایه و اهمیت پیش‌بینی

آمار

تعریف پیش‌بینی: پیش‌بینی به معنای تخمین مقادیر آینده یک متغیر یا پدیده است که با استفاده از داده‌های تاریخی، مدل‌های آماری و روش‌های ریاضی انجام می‌شود و شامل تحلیل الگوها، روندها، فصلی بودن و عوامل خارجی است. مثلاً برای پیش‌بینی فروش آینده یک شرکت، از داده‌های فروش گذشته و عوامل اقتصادی استفاده می‌شود. پیش‌بینی معمولاً با یک بازه اطمینان (مانند ۹۰٪) همراه است که نشان‌دهنده احتمال دقت آن می‌باشد.

حدس: نظر شخصی یا شهودی بدون پایه علمی است. برای مثال، گفتن «فکر می‌کنم فردا باران می‌بارد.» یک حدس براساس احساس شخصی می‌باشد و هیچ داده یا مدلی در

مانند ابن سینا و گودل نقش آن را در اثبات وجود بررسی کرده‌اند.

نظریه‌های منطق فازی، نامعین و کلاسیک نگرش‌های متفاوتی به واقعیت ارائه می‌کنند. برای نمونه، در تصمیم‌گیری‌های پزشکی، منطق فازی کمک می‌کند تا علائم "نسبتاً مشابه" را تحلیل کنیم و درمان مناسب را انتخاب نماییم. در هوش مصنوعی، این منطق‌ها برای سیستم‌های تصمیم‌گیری خودکار مانند روبات‌های جراحی کاربرد دارند، جایی که تصمیمات باید با درجه عدم قطعیت گرفته شوند.

منطق در بنیادهای ریاضیات و

فلسفه ریاضیات

منطق پایه و اساس چارچوب و ساختار ریاضیات است و به بررسی ماهیت و ارزش این چارچوب می‌پردازد. نظریه‌های منطق فازی، نامعین و کلاسیک هر کدام نگرش متفاوتی درباره واقعیت و استدلال ارائه می‌کنند. فیلسوفان اسلامی و معاصرمانند ابن سینا و گودل، نقش منطق را در اثبات وجود و ساختارها تحلیل کرده‌اند.

در پیش‌بینی، این بنیادها کمک می‌کنند تا مدل‌های ریاضی معتبر بسازیم. برای مثال، در فلسفه ریاضیات، منطق کمک می‌کند تا محدودیت‌های پیش‌بینی‌های مبتنی بر مدل‌های احتمالی را بفهمیم و رویکردهای ترکیبی ایجاد کنیم.

نتیجه‌گیری: دعوت به یادگیری

و بهره‌برداری

منطق ریاضی از نظریه به کاربرد عملی می‌رسد و آینده را شکل می‌دهد. درک این پیوند، کلید حل چالش‌های پیچیده امروز است. دعوت به یادگیری این ابزارها برای تحول در کسب‌وکارها و جامعه، گامی ضروری است. با بهره‌برداری از منطق ریاضی در پیش‌بینی، می‌توانیم عدم قطعیت‌ها را مدیریت کنیم و تصمیم‌های هوشمندانه‌تری بگیریم. این دانش نه تنها در هوش مصنوعی، بلکه در زندگی روزمره ما را توانمند می‌سازد.

نقش ایران در علوم زیستی در جهان

پروفسور حسین بهاروند

پدر سلول‌های بنیادی در ایران

ایران در دانش و فناوری سلول‌های بنیادی یکی از

کشورهای پیشگام در منطقه است. تأکید من

بر جایگاه علمی کشور در زیست‌شناسی و

فناوری سلولی است. پژوهش‌های ما

در زمینه سلول‌های بنیادی و پزشکی

باز ساختی می‌تواند مسیر درمان بسیاری

از بیماری‌های لاعلاج را هموار کند.

همکاری میان دانشگاه، مهندسی و

پزشکی برای بهبود سلامت و کیفیت

زندگی انسان‌ها ضروری است.



سیاست‌گذاری‌های پولی و مالی ضروری هستند و می‌توانند از بحران‌ها جلوگیری کنند. **هواشناسی:** مدل‌های آماری همچون مدل‌های عددی آب‌وهوا یا روش‌های مبتنی بر سری‌های زمانی برای پیش‌بینی دما، بارش‌ها یا طوفان‌ها استفاده می‌شوند. برای مثال، پیش‌بینی مسیر طوفان‌ها با استفاده از داده‌ها و مدل‌ها، چندین جان را نجات داده و خسارات را کاهش می‌دهد.

بازاریابی: شرکت‌های مختلف از پیش‌بینی برای تخمین تقاضای محصول، رفتار مصرف‌کننده و یا اثربخشی پویش‌های تبلیغاتی استفاده می‌کنند. برای مثال، آمازون با مدل‌های آماری میزان فروش آینده را پیش‌بینی می‌کند تا موجودی انبار را مدیریت کند. این کار سودآوری را افزایش داده و هدررفت را کاهش می‌دهد. **علوم اجتماعی:** آمار در پیش‌بینی روندهای جمعیتی، میزان جرم، نتایج انتخابات و یا شیوع بیماری‌ها کاربرد دارد. برای مثال، سازمان ملل از

پیش‌بینی آماری برای تخمین رشد جمعیت جهان استفاده می‌کند که به برنامه‌ریزی آموزشی و بهداشتی کمک می‌کند.

پزشکی: در سال‌های اخیر، اهمیت پیش‌بینی آماری در حوزه سلامت افزایش چشمگیری یافته است. از آمار در پیش‌بینی شیوع بیماری‌ها مانند آنفلوآنزا، مدل‌سازی رفتار ویروس‌ها یا انتقال بیماری‌ها و تخمین میزان نیاز بیمارستان‌ها به تخت و تجهیزات استفاده می‌شود. این پیش‌بینی‌ها می‌توانند سیاست‌گذاری سلامت عمومی را به طور مستقیم تحت تأثیر قرار دهند.

صنعت و مهندسی: پیش‌بینی خرابی تجهیزات یا تحلیل روند تولید در مهندسی بسیار مهم است. از آمار در پیش‌بینی خرابی ماشین‌آلات با استفاده از داده‌های سنسورها، کنترل کیفیت آماری برای بهبود خط تولید و پیش‌بینی زمان تعمیرات با استفاده از مدل‌های رگرسیونی و سری‌های زمانی استفاده می‌کنند.

روش‌های مهم پیش‌بینی با آمار

الف) رگرسیون خطی چندمتغیره: این روش

رابطه یک متغیر وابسته (مثل قیمت) را با چند متغیر مستقل (مثل سن، اندازه، منطقه) را پیدا می‌کند. مانند پیش‌بینی قیمت خانه با توجه به تعداد اتاق، متراژ، سن ساختمان، موقعیت جغرافیایی و... از مزایای استفاده از این روش می‌توان به ساده و قابل تفسیر بودن، امکان سنجش اهمیت هر متغیر و پایه بسیاری از مدل‌های پیشرفته‌تر بودن اشاره کرد. **ب) مدل‌های خطی تعمیم یافته:** در این مدل‌ها بسیاری از داده‌ها خطی نیستند یا توزیع نرمال ندارند. مانند پیش‌بینی تعداد تصادفات (توزیع پواسن)، احتمال خرید مشتری (رگرسیون لجستیک) و خسارت بیمه‌ای (توزیع گاما). انواع معروف این مدل‌ها عبارت‌اند از رگرسیون پواسن (برای شمارش رویدادها)، رگرسیون لجستیک (پیش‌بینی احتمال) و رگرسیون گاما (برای داده‌های مثبت و پیوسته). این مدل‌ها انعطاف بیشتری از رگرسیون معمولی دارند.

اهمیت دقت در جمع‌آوری داده‌ها

دقت در جمع‌آوری داده‌ها حیاتی است. داده‌های ناقص یا نادرست منجر به کاهش اعتبار مدل و پیش‌بینی‌های غلط می‌شوند.

• نکات کلیدی در جمع‌آوری داده‌ها

دقت و اعتبار: داده‌ها باید بدون انحراف و خطا باشند. مثلاً در نظرسنجی‌ها، نمونه‌گیری تصادفی برای جلوگیری از انحراف ضروری است.

کامل بودن: داده‌های گمشده می‌توانند مدل را مختل کنند. **به‌روز بودن:** داده‌های قدیمی برای پیش‌بینی آینده مناسب نیستند.

روش‌های استاندارد جمع‌آوری داده‌ها: این روش‌ها شامل نمونه‌گیری تصادفی، کنترل کیفیت و پاک‌سازی داده‌ها می‌باشند.

چالش‌ها و محدودیت‌های مدل‌های پیش‌بینی آماری

مدل‌های پیش‌بینی آماری با چالش‌هایی مانند داده‌های ناقص یا نویزی که دقت مدل را کاهش می‌دهند، مواجه هستند. از دیگر چالش‌ها و محدودیت‌ها می‌توان به برقرار نبودن فرضیات سختگیرانه مدل‌های خطی، مشکل هم‌خطی بین متغیرهای مستقل در رگرسیون چندمتغیره، پیچیدگی مدل‌های سری زمانی و نیاز به داده‌های طولانی و باکیفیت اشاره کرد. همچنین، نیاز به به‌روزرسانی مداوم مدل‌ها با داده‌های جدید برای حفظ دقت پیش‌بینی وجود دارد.

نتیجه‌گیری

پیش‌بینی آماری یکی از ابزارهای کلیدی در تحلیل داده‌ها و تصمیم‌گیری محسوب می‌شود و در حوزه‌های مختلف اقتصادی، صنعتی، علمی و اجتماعی نقش مهمی دارد. کاربردهای گسترده این روش‌ها باعث شده‌است سازمان‌ها بتوانند هزینه‌ها را کاهش دهند، ریسک‌ها را مدیریت کنند و تصمیم‌های استراتژیک بهتری بگیرند. البته چالش‌هایی مانند کیفیت پایین داده‌ها، وقوع پدیده‌های غیرمنتظره و پیچیدگی مدل‌ها به عنوان موانع باقی مانده‌اند. بیشترین کاربرد پیش‌بینی آماری زمانی است که داده‌های کامل و قابل اعتماد وجود داشته باشند، مدل‌ها به درستی انتخاب شوند و تحلیل‌گران مهارت فنی، توانایی تغییر نتایج و شناخت زمینه علمی را دارا باشند.

تحلیل داده و کمک‌های آن به بشر

دکتر محمد رضا کیوان‌پور

پژوهشگر حوزه آمار و تحلیل داده (Data Analysis)

دیتا آنالیز به ما کمک می‌کند تا از میان حجم عظیم

داده‌ها، دانش معنا دار و قابل استفاده استخراج کنیم.

تحلیل صحیح داده‌ها نقش کلیدی در تصمیم‌گیری‌های

هوشمند و حل مسائل پیچیده دنیای واقعی دارد.

ترکیب روش‌های آماری، الگوریتم‌های داده‌کاوی و

یادگیری ماشین، هسته اصلی تحلیل داده‌های مدرن

را تشکیل می‌دهد. از نگاه من، آینده بسیاری از

علوم و صنایع به قدرت تحلیل داده وابسته است.



مقدمه

پیش بینی آینده یکی از اصلی ترین اهداف علم است. بسیاری از سیستم های طبیعی، اقتصادی، زیستی و صنعتی پویا (Dynamical) هستند، یعنی در طول زمان تغییر می کنند. اگر بتوانیم قوانین تغییر را پیدا کنیم، آینده را با دقت قابل قبول پیش بینی می کنیم. این قوانین در زبان ریاضیات تقریباً همیشه به شکل معادلات دیفرانسیل بیان می شوند. به همین دلیل، هسته پیش بینی علمی مدل سازی ریاضی به همراه معادلات دیفرانسیل است. این ابزارها نه تنها تغییرات را توصیف می کنند، بلکه امکان شبیه سازی سناریوهای آینده را فراهم می آورند و در حوزه های متنوعی مانند پزشکی، اقتصاد و محیط زیست کاربرد دارند.

در این مقاله، نقش معادلات دیفرانسیل را در پیش بینی آینده بررسی می کنیم. ابتدا مبانی ریاضی و اهمیت این معادلات را می کاویم، سپس به کاربرد هوش مصنوعی و یادگیری ماشین می پردازیم، و در نهایت شبیه سازی عددی و روش های محاسباتی را مرور می کنیم. این ساختار نه تنها نظری است، بلکه با مثال های عملی همراه می شود تا نشان دهد چگونه این ابزارها جهان را تغییر می دهند.

مبانی ریاضی و نقش معادلات

دیفرانسیل در پیش بینی

معادلات دیفرانسیل زبان توصیف تغییرات هستند. هر پدیده ای که در طول زمان یا مکان تغییر کند، نوعی معادله دیفرانسیل دارد. این معادلات نرخ تغییر متغیرها را بیان می کنند و آینده سیستم را تعیین می نمایند.

چرا معادلات دیفرانسیل برای پیش بینی حیاتی اند؟

معادلات دیفرانسیل تغییرات را به صورت ریاضی مدل می کنند. برای مثال:

- **رشد جمعیت:** معادله لجستیک $\frac{dP}{dt} = rP(1 - \frac{P}{K})$ نشان می دهد چگونه جمعیت به ظرفیت محیط (K) نزدیک می شود. این مدل در برنامه ریزی شهری و کنترل جمعیت کاربرد دارد.

انتشار بیماری: مدل SIR با معادلات

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{SI}{N}$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{SI}{N} - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

اوج اپیدمی را پیش بینی می کند. در کووید-۱۹، این مدل سیاست های قرنطینه را هدایت کرد.

تغییرات آب و هوا: معادلات

ناویر-استوکس

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 u + f$$



جریان هوا را مدل می کنند و تأثیر گرمایش جهانی را پیش بینی می نمایند.

نوسانات قیمت: معادلات stochastic مانند

$$\frac{dS}{dt} = \mu S dt + \sigma S dW$$

نوسانات بازار را تحلیل می کنند.

حرکت سیارات: معادلات نیوتن

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2}$$

مسیر مدارها را پیش بینی می کنند.

- **جریان سیالات:** معادلات اوایلر یا ناویر-استوکس جریان را مدل می کنند و در طراحی هواپیما کاربرد دارند.

- **گرمایش زمین:** معادلات انتقال حرارت $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T$ تغییرات دما را پیش بینی می کنند.

پیش بینی آینده با معادلات دیفرانسیل و فناوری های نوین

وحیده ولی خواه

دانشجوی کارشناسی ریاضیات و کاربردها

مهدی رضایی

دانشجوی کارشناسی ریاضیات و کاربردها



- **مصرف انرژی:** مدل های پویا مصرف آینده را بر اساس روندهای فعلی تخمین می زنند.

- **رفتاریات ها و ماشین ها:** معادلات کنترل $\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$ رفتار سیستم های خودکار را پیش بینی می کنند.

در همه موارد، نرخ تغییر $(\frac{d}{dt})$ کلید است. تحقیقات نشان می دهد معادلات دیفرانسیل دقت پیش بینی را تا ۵۰٪ افزایش می دهند، زیرا عوامل پویا را در

راه حل $P(t) = P_0 e^{rt}$ را دارد. با جمعیت فعلی، آینده دقیق محاسبه می شود. این مدل در برنامه ریزی منابع کاربرد دارد و نشان می دهد چگونه رشد بی رویه به بحران منجر می شود.

مثال پیچیده تر: آلودگی هوا

با PDE

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \nabla^2 C - v \nabla C + S$$

پخش، جابه جایی و تولید آلودگی را مدل می کند. در شهرهای بزرگ مانند تهران یا لس آنجلس،



این معادله آلودگی آینده را پیش بینی می کند و سیاست های زیست محیطی مانند محدودیت خودروها را هدایت می نماید. مثلاً در مدل سازی آلودگی، D ضریب پخش، v سرعت باد و S منبع آلودگی است. حل این معادله نشان می دهد چگونه یک کارخانه جدید آلودگی را در روزهای آینده افزایش می دهد. در تغییرات اقلیمی، معادلات انتقال حرارت و جریان اقیانوسی آینده دما را پیش بینی می کنند. گزارش های IPCC از این مدل ها برای هشدار در مورد گرمایش ۱.۵ درجه ای استفاده می کنند. در اقتصاد، مدل های Black-Scholes برای گزینه های مالی

نقش معادلات در پیش بینی آینده

ایده اصلی: اگر نرخ تغییر را بدانیم، مقدار آینده را محاسبه می کنیم. مثال ساده: برای رشد نمایی، معادله $\frac{dP}{dt} = rP$

از معادلات دیفرانسیل جزئی استفاده می کنند و ارزش آینده دارایی ها را تخمین می زنند.

معادلات دیفرانسیل برای پیش بینی حیاتی اند زیرا نرخ تغییرات را مستقیماً مدل می کنند و امکان حل تحلیلی یا عددی را فراهم می آورند. بدون آن ها، پیش بینی های علمی به حدس نزدیک می شوند. در ریاضیات کاربردی، این معادلات پایه مدل های پیچیده مانند سیستم های آشوبی هستند، جایی که تغییرات کوچک اثرات بزرگ دارند - مانند اثر پروانه ای در پیش بینی آب و هوا.

هوش مصنوعی و یادگیری

ماشین در پیش بینی آینده

هوش مصنوعی و یادگیری ماشین فاز جدیدی از پیش بینی هستند. این فناوری ها معادلات دیفرانسیل را با داده های بزرگ ترکیب می کنند و دقت را افزایش می دهند.

ارتباط AI با معادلات دیفرانسیل

در دهه گذشته، AI معادلات دیفرانسیل را بهتر حل می کند. برای مثال، Physics-Informed Neural Networks (PINN) قوانین فیزیکی را با شبکه های عصبی ادغام می کند. این مدل در پیش بینی جریان سیالات یا تلاطم، دقت را افزایش می دهد. PINN معادله را به عنوان بخشی از تابع هزینه شبکه در نظر می گیرد و بدون نیاز به داده های زیاد، حل می کند. در هوا فضا، PINN

جریان هوا اطراف هواپیما را پیش بینی می کند و طراحی را بهینه می نماید.

Neural ODEs شبکه عصبی را به شکل معادله دیفرانسیل تعریف می کند و پیش بینی های پیوسته ارائه می دهد. در پزشکی، این مدل پیشرفت تومورها را پیش بینی می کند و درمان را بهینه می نماید. مثلاً معادله $\frac{dh}{dt} = f(h, t; \theta)$ که f یک شبکه عصبی است، تغییرات را مدل می کند و نیاز به لایه های ثابت را حذف می کند.

گرادیان نزولی در آموزش شبکه ها خود نوعی حل عددی معادلات است، اما متفاوت از حل مستقیم، LSTM و GRU

بیش برزش (Overfitting) و کم برزش

(Underfitting) دریادگیری ماشین:

چالش های کلیدی تعمیم مدل ها

نگارناری

دانشجوی کارشناسی ریاضیات و کاربردها



فائزه صمدی

دانشجوی کارشناسی ریاضیات و کاربردها



مقدمه

دردنیای یادگیری ماشین، یکی از بزرگ ترین چالش ها این است که مدل مانده تنها روی داده های دیده شده خوب عمل کند، بلکه روی داده های جدید و نادیده هم دقیق و قابل اعتماد باشد. اینجا مفاهیم **بیش برزش (Overfitting)** و **کم برزش (Underfitting)** وارد میدان می شوند - دو مشکل متداول که می تونن مدل رو از یک ابزار قدرتمند به چیزی بی فایده یا حتی گمراه کننده تبدیل کنن. بیش برزش وقتی رخ می ده که مدل بیش از حد به جزئیات و نویزهای داده های آموزشی حساس می شه و الگوهای واقعی رو از دست می ده، در حالی که کم برزش وقتی که مدل حتی الگوهای ساده و اصلی داده های آموزشی رو هم نتونه یاد بگیره.

این مسائل مستقیماً به **تعادل بایاس-واریانس (Bias-Variance Tradeoff)** مربوط می شن: بایاس بالا منجر به کم برزش می شه (مدل ساده بیش از حد)، و واریانس بالا منجر به بیش برزش (مدل پیچیده بیش از حد). هدف نهایی، پیدا کردن نقطه تعادل است که خطای کلی روی داده های تست کمینه بشه.

بیش برزش (Overfitting): وقتی مدل زیادی هوشمند می شه!

تصور کنین مدل مثل یه

دانش آموز درس خوانه که تمام جواب های آزمون های گذشته رو حفظ کرده، اما وقتی سؤال جدید می آد، گیج می شه. بیش برزش دقیقاً همین اتفاقه: مدل روی داده های آموزشی (Train) عملکرد عالی داره (خطای خیلی کم)، اما روی داده های تست (Test) ضعیف عمل می کنه چون نویزها و جزئیات تصادفی رو به عنوان الگوی اصلی یاد گرفته. این نمودارها نشون می دن چطور منحنی مدل در بیش برزش به داده های آموزشی چسبیده، اما در واقعیت پیچیده و نادقیق می شه:

علل شایع بیش برزش:

- مدل خیلی پیچیده (مثل درخت تصمیم عمیق یا شبکه عصبی بالایه های زیاد).

- داده های آموزشی کم یا نویزی.

- عدم استفاده از تکنیک های منظم سازی (regularization).

مثال واقعی: در تشخیص پزشکی، یک مدل که روی تصاویر خاص یک بیمارستان آموزش دیده، ممکنه روی تصاویر بیمارستان دیگه ضعیف عمل کنه چون جزئیات خاص (مثل نوع دستگاه اسکن) رو بیش از حد یاد گرفته.

کم برزش (Underfitting): وقتی مدل زیادی ساده است!

برعکس، کم برزش مثل دانش آموزی است که حتی مطالب پایه رو هم خوب یاد نگرفته. مدل نه روی

محاسبه می کند و پیش بینی استخراج را ممکن می سازد. **- روش المان محدود (FEM) برای ساختارها:** در مهندسی زلزله، ساختمان را به المان های کوچک تقسیم می کند و رفتار را پیش بینی می نماید. این روش ها در نرم افزارهایی مانند MATLAB (با ode45 برای ODE ها)، ANSYS یا COMSOL پیاده می شوند. برای مثال، در MATLAB، کد ساده ای مانند $[t, y] = ode45(@f, [0, 10], y_0)$ یک ODE را حل می کند.

کاربردها

شبیه سازی عددی پیش بینی آب و هوا، زمین لرزه و رفتار ربات ها را ممکن می کند. در انرژی، مصرف آینده را برآورد می کند و در حمل و نقل، ترافیک را مدیریت می نماید. مثلاً در پیش بینی توفان، FVM مسیر را شبیه سازی می کند و جان ها را نجات می دهد. در هوا فضا، FEM خرابی سازه ها را پیش بینی می کند و طراحی را ایمن می سازد. تحقیقات NASA نشان می دهد این روش ها دقت پیش بینی را تا ۹۰٪ افزایش می دهند.

نتیجه گیری: چرا معادلات دیفرانسیل مهم ترین ابزار برای پیش بینی آینده اند؟

هرآینده ای حاصل تغییرات اکنون است و معادلات دیفرانسیل دقیقاً نرخ این تغییرات را بیان می کنند. فناوری های نوین مانند هوش مصنوعی این معادلات را دقیق تر می کنند. بدون ترکیب ریاضیات، معادلات دیفرانسیل، داده و هوش مصنوعی، پیش بینی علمی آینده تقریباً ناممکن است.

این ابزارها از رشد جمعیت تا تغییرات آب و هوا کاربرد دارند. آینده پیش بینی علمی در ادغام AI و ریاضیات است. با این رویکرد، عدم قطعیت ها را مدیریت می کنیم و جهان بهتری می سازیم.

برای سری های زمانی با حافظه بلندمدت، پیش بینی های دقیق ارائه می دهند. Transformers با مکانیسم توجه، روابط دور را در داده های زمانی تشخیص می دهند و در پیش بینی تقاضا برتر عمل می کنند.

• کاربردهای نوین AI در پیش بینی در تغییرات آب و هوا، AI با معادلات ناویر-استوکس پیش بینی های بلندمدت ارائه می دهد. تحقیقات NOAA نشان می دهد این ترکیب دقت را ۳۰٪ افزایش می دهد. مثلاً مدل GraphCast از Google با گراف های عصبی، پیش بینی ۱۰ روزه را با دقت بالا انجام می دهد.

در اقتصاد، مدل های AI نوسانات را پیش بینی می کنند و بحران ها را زودتر تشخیص می دهند. در زیست شناسی، پیش بینی انتشار گونه های مهاجم با این روش ها اکوسیستم ها را حفظ می کند. در پزشکی، AI پیشرفت بیماری های مزمن را با ترکیب داده های بیمار و معادلات پویا پیش بینی می کند.

در صنایع، AI پیش بینی خرابی تجهیزات را با معادلات ارتعاشی انجام می دهد و هزینه ها را کاهش می دهد. تحقیقات MIT نشان می دهد این مدل ها بهره وری را تا ۴۰٪ افزایش می دهند.

شبیه سازی عددی و پیاده سازی محاسبات

برای حل معادلات دیفرانسیل بدون راه حل تحلیلی، از روش های عددی استفاده می کنیم. این روش ها قلب شبیه سازی کامپیوتری هستند.

روش های اصلی

- روش اویلر و رانگ-کوتا برای ODE ها: اویلر ساده است، اما رانگ-کوتا دقت بالاتری دارد. در پیش بینی رشد جمعیت، رانگ-کوتا تغییرات دقیق را محاسبه می کند.

- روش تفاضل محدود (FDM) برای PDE های ساده: در مدل سازی گرما، شبکه ای از نقاط ایجاد می کند و تغییرات را تخمین می زند.

- روش حجم محدود (FVM) برای جریان سیالات: در صنایع نفت، جریان را در volumes

داده های آموزشی خوب عمل می کنه و نه روی تست - چون الگوهای اصلی رو هم نتونسته تشخیص بده.

این منحنی ها نشون می دن مدل ساده (مثل خط مستقیم) چقدر از داده ها فاصله داره:

علل شایع کم برزش:

- مدل خیلی ساده (مثل رگرسیون خطی برای داده های غیرخطی).

- ویژگی های (features) ناکافی یا بد مهندسی شده.

- آموزش ناکافی (epoch های کم یا نرخ یادگیری نامناسب).

مثال واقعی: استفاده از رگرسیون خطی برای پیش بینی قیمت خانه وقتی عوامل غیرخطی مثل موقعیت جغرافیایی تأثیر زیادی دارن.

• تعادل بایاس-واریانس: کلید حل مشکل

خطای کلی مدل = بایاس² + واریانس + نویز غیرقابل اجتناب.

- **بایاس بالا** → کم برزش

- **واریانس بالا** → بیش برزش
این دیاگرام های کلاسیک تعادل رو عالی نشون می دن - نقطه بهینه جاییه که مجموع خطاها کمینه است:

• راه های مقابله با این مشکلات

۱. **تقسیم درست داده ها (Train/Test Split):** معمولاً ۷۰-۸۰٪ برای آموزش و بقیه برای تست. این کمک می کنه تعمیم مدل رو بسنجیم.

۲. **اعتبارسنجی متقابل (Cross-Validation):** داده ها رو به چند بخش تقسیم کنیم

و مدل رو چندین بار تست کنیم.

۳. **منظم‌سازی (Regularization):** تکنیک‌هایی مثل $L1/L2$ Dropout، (Lasso/Ridge) در شبکه‌های عصبی یا Early Stopping.

۴. **بیشتر کردن داده‌ها:** با Augmentation (تولید داده‌های مصنوعی) یا جمع‌آوری بیشتر.

۵. **مهندسی ویژگی به‌ترو انتخاب مدل مناسب.**

در نهایت، بیش‌برازش و کم‌برازش یادآوری می‌کنن که هدف یادگیری ماشین نه حفظ کردن داده‌هاست، بلکه تعمیم دادن به دنیای واقعی. با نظارت دقیق روی عملکرد مدل در داده‌های تست و استفاده از تکنیک‌های مناسب، می‌تونیم مدل‌هایی بسازیم که واقعاً مفید و قابل اعتماد باشن.

داده‌ها: پایه و اساس، منابع داده، و کیفیت و کمیت در پیش‌بینی تحلیلی

در دنیای داده‌محور امروز، داده‌ها مثل خون در رگ‌های یک سیستم هوشمند جریان دارن - بدون اونا، هیچ پیش‌بینی، تحلیل یا مدلی نمی‌تونه زنده بمونه و کار کنه. داده‌ها پایه و اساس هر پروژه یادگیری ماشین و پیش‌بینی تحلیلی هستن و کیفیت، کمیت و تنوعشون مستقیماً تعیین می‌کنه که مدل نهایی چقدر دقیق، قابل اعتماد و مفید خواهد بود. اگر داده‌ها ناقص، نویزی یا نامرتبط باشن، حتی پیشرفته‌ترین الگوریتم‌ها هم به نتایج گمراه‌کننده منجر می‌شن. اینجا به سه جنبه کلیدی می‌پردازیم: منابع جمع‌آوری داده، اهمیت کیفیت و کمیت، و چالش‌های مرتبط.

• **داده‌ها: پایه و اساس پیش‌بینی**

داده‌ها نه تنها ورودی مدل‌ها هستن، بلکه منبع بینش‌های واقعی کسب‌وکار. اطمینانی که از یک پیش‌بینی به دست می‌آد، مستقیماً به این بستگی داره که داده‌ها چقدر

جامع، دقیق و نماینده دنیای واقعی باشن. مثلاً در پیش‌بینی تقاضای محصول، داده‌های فروش گذشته به تنهایی کافی نیست - باید عوامل خارجی مثل فصل‌ها، کمپین‌های تبلیغاتی یا حتی رویدادهای جهانی (مثل پاندمی) رو هم در نظر بگیریم. این دیاگرام‌ها نشون می‌دن چطور pipeline داده از منابع متنوع به بینش‌های عملی می‌رسه:

• **منابع داده: متنوع و فراوان**
منابع داده امروز بسیار گسترده‌تر از گذشته شدن. سیستم‌های داخلی مثل CRM (مدیریت ارتباط با مشتری) و ERP (برنامه‌ریزی منابع سازمانی) داده‌های ساختاریافته و دقیق از فروش، مشتریان و عملیات ارائه می‌دن. سنسورهای IoT (اینترنت اشیا) داده‌های واقعی زمان از دستگاه‌ها جمع می‌کنن - مثلاً سنسورهای کارخانه برای پیش‌بینی خرابی تجهیزات.

علاوه بر این، داده‌های خارجی مثل شبکه‌های اجتماعی (برای تحلیل احساسات مشتریان)، فایل‌های متنی (لاگ‌ها یا

گزارش‌ها) و داده‌های عمومی (آب و هوا، اقتصادی) نقش کلیدی دارن. این آیکون‌ها منابع رایج رو نشون می‌دن
مثال واقعی: یک شرکت خرده‌فروشی می‌تونه از CRM برای داده‌های خرید مشتریان، IoT برای موجودی انبار، و شبکه‌های اجتماعی برای روندهای مد استفاده کنه تا تقاضای آینده رو پیش‌بینی کنه.

• **کیفیت و کمیت داده: کلید دقت مدل‌ها**

کیفیت داده یعنی داده‌ها دقیق، کامل و بدون نویز باشن. کمیت هم به حجم کافی اشاره داره - مدل‌های یادگیری ماشین معمولاً به هزاران یا میلیون‌ها نمونه نیاز دارن تا الگوهای واقعی رو یاد بگیرن.

مشکلات رایج کیفیت شامل مقادیر گمشده (missing values)، داده‌های پرت (outliers)، نویز (noise) و ناسازگاری‌هاست. این مسائل می‌تونن مدل رو منحرف کنن - مثلاً یک outlier در داده‌های فروش می‌تونه پیش‌بینی رو کاملاً اشتباه کنه.

این تصاویر مشکلات کیفیت داده رو عالی نشون می‌دن: و فرآیند پاک‌سازی داده چطور این مشکلات رو حل می‌کنه:
راه حل‌ها: پاک‌سازی (imputation) برای مقادیر گمشده، حذف یا تبدیل (outliers)، استانداردسازی و افزایش داده (data augmentation) برای بهبود کمیت. در نهایت، داده‌های خوب نه تنها دقت پیش‌بینی رو بالا می‌برن، بلکه اعتماد به مدل رو هم افزایش می‌دن. سازمان‌هایی که روی کیفیت و تنوع داده سرمایه‌گذاری می‌کنن، در بلندمدت پیش‌تاز می‌مونن.

پاک‌سازی و تبدیل داده‌ها: قلب آماده‌سازی برای مدل‌سازی موفق

در پروژه‌های یادگیری ماشین و پیش‌بینی، پاک‌سازی و تبدیل داده‌ها یکی از مهم‌ترین و زمان‌برترین مراحل است - اغلب تا ۸۰٪ زمان کل پروژه رو می‌گیره! داده‌های خام معمولاً پراز مشکلات هستن: ناقص، نویزی، ناسازگاریا بیش از حد پیچیده. بدون

پاک‌سازی درست، حتی بهترین الگوریتم‌ها هم به نتایج ضعیف یا گمراه‌کننده می‌رسن. تبدیل داده‌ها هم کمک می‌کنه داده‌ها رو به فرمت مناسب برای مدل دربیاریم تا دقت و سرعت آموزش بالا بره.

این فرآیند مثل پالایش طلا از سنگ معدنه: داده‌های خام رو می‌گیریم و با حذف ناخالصی‌ها و شکل دادن درست، به چیزی ارزشمند و آماده استفاده تبدیل می‌کنیم.

• **پاک‌سازی داده‌ها: حذف نویز و مشکلات رایج**

پاک‌سازی یعنی شناسایی و حل مسائل کیفی داده‌ها. مشکلات شایع شامل مقادیر گمشده (missing values)، داده‌های پرت (outliers)، تکراری‌ها، نویز و ناسازگاری‌های فرمت هستن.

- **مقادیر گمشده:** مثلاً در یک دیتاست فروش، برخی ردیف‌ها قیمت یا تاریخ

اهمیت علم آمار در توسعه و پیشرفت کشور

شادروان دکتر ماه‌بانو تاتارا

مادر علم آمار ایران

آمار فقط اعداد نیست، راهی است برای فهم

بهتر واقعیت‌های پیچیده جهان. کسی که

آمار را بفهمد، می‌تواند بهتر تصمیم بگیرد

و جامعه را به سمت پیشرفت هدایت

کند. آمار باید در آموزش عمومی و

دانشگاه‌ها جدی گرفته شود تا

ذهن‌ها برای تحلیل و تفکر

منطقی پرورش یابد. سؤال

پرسیدن و چالش با داده‌ها، روح

واقعی آمار است.





ندادن. راه حل‌ها: حذف ردیف / ستون (اگر زیاد نباشه)، پرکردن با میانگین / میانه / مد (imputation)، یا استفاده از مدل‌های پیش‌رفته مثل KNN برای پیش‌بینی مقادیر گمشده.

- **داده‌های پرت:** نقاطی که خیلی دور از بقیه هستن (مثل یک فروش ناگهانی میلیونی در میان فروش‌های معمولی). می‌تونیم با روش‌هایی مثل Z-score یا IQR شناسایی و حذف / تبدیل کنیم.

- **تکراری و نویز:** ردیف‌های تکراری حذف می‌شن، نویز (خطاهای اندازه‌گیری) با فیلترها صاف می‌شه.

این تصاویر فرآیند پاک‌سازی رو به خوبی نشون می‌دن - از داده‌های آشفته به منظم:

مثال واقعی: درپیش‌بینی تقاضای یک فروشگاه آنلاین، اگر برخی سفارش‌ها تاریخ نداشته باشن، می‌تونیم با میانگین تاریخ‌های اطراف پرکنیم یا ردیف رو حذف کنیم تا مدل منحرف نشه.

• تبدیل داده‌ها: استانداردسازی و مهندسی ویژگی

بعد از پاک‌سازی، نوبت تبدیل می‌رسه - داده‌ها رو به شکلی درمی‌آریم که مدل بتونه بهترین استفاده رو ببره:

- نرمال‌سازی / استانداردسازی

(Scaling): داده‌های عددی رو در یک مقیاس مشترک قرار می‌دیم (مثل Min-Max Scaling به بازه ۰-۱ یا Standard Scaling با میانگین ۰ و واریانس ۱). این کار برای الگوریتم‌هایی مثل SVM یا شبکه‌های عصبی حیاتی‌ه چون ویژگی‌های با مقیاس بزرگ غالب نمی‌شن.

- **کدگذاری کیفی (Encoding):** متغیرهای دسته‌ای مثل «قرمز / آبی / سبز» رو به عددی تبدیل می‌کنیم. One-Hot Encoding (ساخت ستون جدا برای هر دسته) یا Label Encoding (عدد sequential).

- **کاهش ابعاد (Dimensionality Reduction):** با تکنیک‌هایی مثل PCA یا t-SNE، ویژگی‌های زائد رو حذف می‌کنیم تا مدل سریع‌تر و کمتر مستعد overfitting بشه.

- **مهندسی ویژگی (Feature Engineering):** بخش! ویژگی‌های جدید می‌سازیم، مثل محاسبه «سن مشتری» از تاریخ تولد یا «نسبت فروش به موجودی».

این دیاگرام‌ها تبدیل داده‌ها رو عالی visualization کردن: **مثال واقعی:** درپیش‌بینی قیمت خانه، ویژگی «سال

ساخت» رو به «سن خانه» تبدیل می‌کنیم، قیمت رو نرمال می‌کنیم و محله‌ها رو One-Hot می‌کنیم تا مدل بهتر روابط رو یاد بگیره.

• چرا این مرحله انقدر مهمه؟

داده‌های پاک و تبدیل‌شده مستقیماً دقت مدل رو بالا می‌برن، زمان آموزش رو کم می‌کنن و از مشکلات مثل overfitting جلوگیری می‌کنن. ابزارهایی مثل Pandas در پایتون یا pipelines در Scikit-learn این کار رو اتوماتیک و تکرارپذیر می‌کنن.

درنهایت، پاک‌سازی و تبدیل داده‌ها مثل آماده کردن مواد اولیه برای یک غذای عالی - اگر خوب انجام بشه، نتیجه نهایی فوق‌العاده می‌شه!

تحلیل اکتشافی داده (EDA):

دریچه‌ای به درک عمیق داده‌ها قبل از مدل‌سازی

در پروژه‌های داده‌محور، **تحلیل اکتشافی داده یا EDA (Exploratory Data Analysis)** یکی از جذاب‌ترین و حیاتی‌ترین مراحل است - جایی که واقعاً داده‌ها رو «می‌شناسیم». این مرحله مثل یک گشت‌وگذار اولیه در یک شهر ناشناخته‌ست: قبل از اینکه نقشه دقیق بکشیم یا ساختمان بسازیم، باید خیابان‌ها، محله‌ها و نقاط جالب رو کشف کنیم.

EDA کمک می‌کنه الگوها، روندها، روابط پنهان و مشکلات داده رو زود شناسایی کنیم تا مدل‌های بعدی دقیق‌تر و قابل اعتمادتر بشن. جان توکی (John Tukey)، آمارشناس مشهور، این رویکرد رو در دهه ۱۹۷۰ معرفی کرد و هنوز هم پایه بسیاری از پروژه‌های داده‌کاوی و یادگیری ماشین به حساب می‌آد.

نقش کلیدی EDA در چرخه تحلیل داده

EDA معمولاً بعد از پاک‌سازی اولیه داده انجام می‌شه و اهداف اصلی‌ش ایناست:

- **کشف الگوها و روندها:** شناسایی روندهای زمانی (مثل

افزایش فروش در تعطیلات)، الگوهای فصلی یا روابط غیرخطی بین متغیرها.

- **شناسایی داده‌های پرت (Outliers):** نقاطی که خیلی دور از بقیه هستن و ممکنه خطای اندازه‌گیری یا پدیده‌های جالب باشن (مثل یک خرید خیلی بزرگ که می‌تونه تقلب باشه).

- **انتخاب ویژگی‌های مناسب (Feature Selection):** درک اینکه کدام متغیرها واقعاً تأثیرگذارن و کدام‌ها نویز یا تکراری هستن.

این تصاویر کلاسیک EDA رو عالی نشون می‌دن - از هیستوگرام و scatter plot تا box plot برای شناسایی outliers:

• ابزارها و تکنیک‌های اصلی EDA

۱. **آمار توصیفی (Summary Statistics):** میانگین، میانه، مد، انحراف معیار، چارک‌ها و همبستگی‌ها. این اعداد سریع یک تصویر کلی می‌دن.

۲. **تصورسازی (Visualization):** - **هیستوگرام و توزیع (Distribution Plots):** برای درک شکل توزیع متغیرها (عادی، چوله، چندمودی).

- **Scatter Plot و Pair Plot:** برای کشف روابط بین دو یا

چند متغیر.

- **Box Plot و Violin Plot:** عالی برای شناسایی outliers و مقایسه توزیع بین گروه‌ها.

- **Heatmap همبستگی:** برای دیدن روابط خطی بین ویژگی‌ها (مقادیر نزدیک ۱ یا -۱ روابط قوی رو نشون می‌دن).

- **Time Series Plots:** برای داده‌های زمانی، مثل فروش ماهانه.

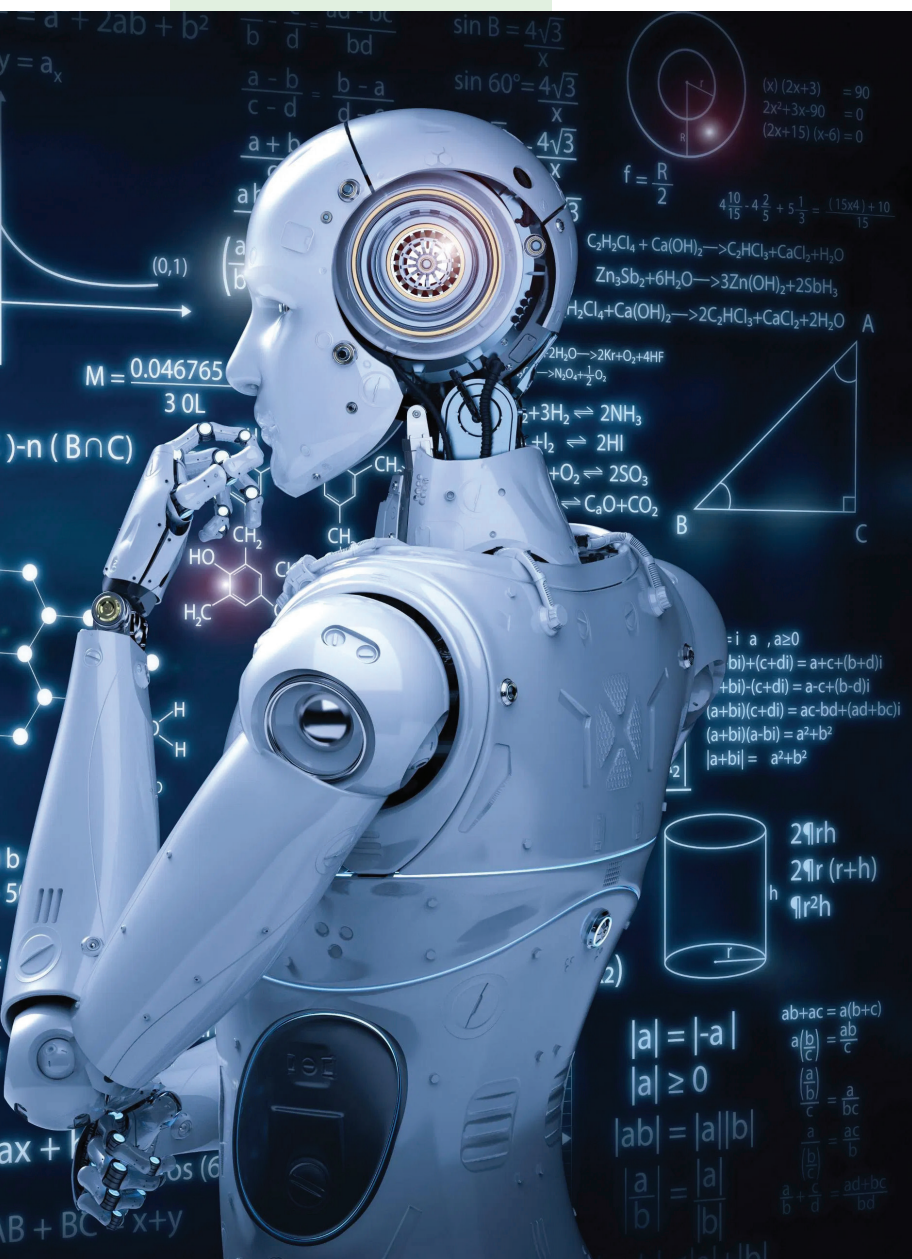
۳. **تحلیل چندمتغیره:** بررسی تعامل بین متغیرها، مثل اینکه آیا تأثیر سن روی خرید بسته به جنسیت فرق می‌کنه.

این گراف‌ها نمونه‌های واقعی EDA رو نشون می‌دن:

• مثال واقعی: EDA در

پیش‌بینی churn مشتریان

فرض کنین دیتاست یک شرکت مخابراتی داریم. در EDA: - هیستوگرام نشون می‌ده بیشتر مشتریان مسنه، اما churn در جوان‌ترها بالاتره. - Scatter plot بین مدت قرارداد و churn رابطه منفی قوی رو آشکار می‌کنه (قرارداد طولانی‌تر = ماندگاری بیشتر). - Box plot outliers رو شناسایی می‌کنه: مشتریانی با مصرف خیلی بالا که churn کردن (شاید به خاطر قیمت).





مزایا:

- کاملاً قابل تفسیر (می‌تونی درخت رو بکشی و توضیح بدی چرا یک تصمیم گرفته شده).

- نیاز به آماده‌سازی کم داده (scaling لازم نیست).

- مدیریت داده‌های کیفی و کمی.

معایب:

- مستعد overfitting (اگر عمیق بشه، نویز رو یاد می‌گیره).

- حساس به تغییرات کوچک داده.

این دیاگرام‌ها ساختار درخت تصمیم رو عالی نشون می‌دن: **کاربرد واقعی:** در پزشکی برای تشخیص بیماری براساس علائم، یا در بانکداری برای تصویب وام.

• جنگل تصادفی (Random Forest): قدرت جمع‌ی درخت‌ها

جنگل تصادفی نسخه پیشرفته درخت تصمیم است - صدها درخت تصمیم رو به طور موازی می‌سازه (هرکدوم روی زیرمجموعه تصادفی داده و ویژگی‌ها) و نتیجه نهایی رو با رأی‌گیری (برای طبقه‌بندی) یا میانگین (برای رگرسیون) می‌گیره.

مزایا:

- دقت بالا و مقاومت در برابر overfitting.

- مدیریت خوب داده‌های بزرگ و نویزی.

- اهمیت ویژگی‌ها رو نشون می‌ده (feature importance).

معایب:

- کمتر قابل تفسیر نسبت به تک درخت.

- زمان آموزش بیشتر.

این تصاویر چطور جنگل از درخت‌های متعدد ساخته می‌شه رو نشون می‌دن:

کاربرد واقعی: در تشخیص قلب کارت اعتباری یا پیش‌بینی قیمت سهام.

• شبکه‌های عصبی (Neural Networks): الهام گرفته از مغز انسان

شبکه‌های عصبی لایه‌لایه نورون‌های مصنوعی دارن که داده رو از ورودی به خروجی

کدوم نقاط قوت و ضعف خودش رو داره و بسته به نوع مسئله (طبقه‌بندی، رگرسیون، خوشه‌بندی و غیره)، داده‌ها و هدف پروژه، یکی بهتر عمل می‌کنه. این اسلاید یک چرخه جالب از الگوریتم‌های محبوب رو نشون می‌ده: **درخت تصمیم (Decision Tree)، جنگل تصادفی (Random Forest)، شبکه‌های عصبی (Neural Networks) و نزدیک‌ترین همسایگان (K-Nearest Neighbors)**. این‌ها از پایه‌ای‌ترین تا پیشرفته‌ترین الگوریتم‌ها رو پوشش می‌دن و در بسیاری از پروژه‌های واقعی استفاده می‌شن.

این اینفوگرافیک‌های کلی هم یک نمای خوب از دسته‌بندی الگوریتم‌های یادگیری ماشین می‌دن:

• درخت تصمیم (Decision Tree): ساده، قابل تفسیر و بصری

درخت تصمیم یکی از intuitivترین الگوریتم‌هاست - مثل یک flowchart که براساس ویژگی‌ها تصمیم می‌گیره. از ریشه شروع می‌شه و با سؤال‌های بله/خیر (مثل «آیا سن < ۳۰؟») به برگ‌ها (پیش‌بینی نهایی) می‌رسه.

- Heatmap نشون می‌ده همبستگی قوی بین «شکایت ثبت شده» و churn.

این بینش‌ها مستقیماً به مهندسی ویژگی بهتر و انتخاب مدل مناسب منجر می‌شن.

• چرا EDA انقدر مهمه؟

بدون EDA، ممکنه فرضیات غلط داشته باشیم، outliers مدل رو خراب کنن یا ویژگی‌های بی‌ربط زمان رو هدر بدن. EDA نه تنها مشکلات رو زود آشکار می‌کنه، بلکه ایده‌های جدید برای مدل‌سازی می‌ده و اعتماد به نتایج نهایی رو افزایش می‌ده. ابزارهای محبوب برای EDA: Pandas, Matplotlib, Seaborn و Plotly در پایتون؛ یا Tableau و Power BI برای تصویرسازی تعاملی.

در نهایت، EDA اون مرحله‌ایه که داده‌ها از اعداد خشک به داستان‌های معنادار تبدیل می‌شن. هر تحلیل‌گردداده خوبی می‌گه: «اول نگاه کن، بعد مدل بساز!»

الگوریتم‌های یادگیری ماشین: معرفی و کاربردهای کلیدی

دردنیای یادگیری ماشین، انتخاب الگوریتم مناسب مثل انتخاب ابزار درست برای یک کار خاص است - هر

این تصاویر مفهوم KNN با نقاط و فاصله‌ها نشون می‌دن:

کاربرد واقعی: سیستم‌های توصیه‌گری یا طبقه‌بندی تصاویر ساده.

در نهایت، هیچ الگوریتمی بهترین برای همه مسائل نیست - اغلب با آزمایش چند تا (مثل استفاده از AutoML) بهترین رو پیدا می‌کنیم. این چرخه اسلاید یادآوری خوبییه که از ساده شروع کنیم و بسته به نیاز پیچیده‌تر بشیم. **ارزیابی مدل در یادگیری ماشین: از تقسیم داده تا انتخاب بهترین مدل**

یکی از مهم‌ترین مراحل بعد از ساخت مدل، ارزیابی آن است - چون هدف نهایی نه فقط عملکرد خوب روی داده‌های دیده‌شده، بلکه **تعمیم‌پذیری (generalization)** به داده‌های جدید و واقعی است. بدون ارزیابی درست، ممکن است مدل‌مان overfitting شده باشد (عملکرد عالی روی آموزش، ضعیف روی تست) یا underfitting (ضعیف روی هر دو). این اسلاید به زیبایی فرآیند تقسیم داده، معیارهای ارزیابی و تکنیک‌های پیشرفته مثل Cross-Validation و Hyperparameter Tuning

منتقل می‌کنن و با وزن‌ها یاد می‌گیرن. انواع پیشرفته مثل CNN برای تصاویر یا RNN برای ها.

مزایا:

- قدرت فوق‌العاده در مسائل پیچیده (تصویر، صدا، متن).

- یادگیری ویژگی‌ها به طور خودکار.

معایب:

- نیاز به داده و قدرت محاسباتی زیاد.

- جعبه سیاه (کمتر قابل تفسیر).

- زمان آموزش طولانی.

این دیاگرام‌ها معماری شبکه‌های عصبی رو visualization کردن:

کاربرد واقعی: تشخیص چهره در گوشی‌ها یا مدل‌های زبانی مثل ChatGPT.

• نزدیک‌ترین همسایگان (KNN): ساده اما مؤثر

KNN داده جدید رو با K نزدیک‌ترین نقطه در داده‌های آموزشی مقایسه می‌کنه و با رأی‌گیری پیش‌بینی می‌کنه (lazy learning - آموزش نداره، فقط ذخیره می‌کنه).

مزایا:

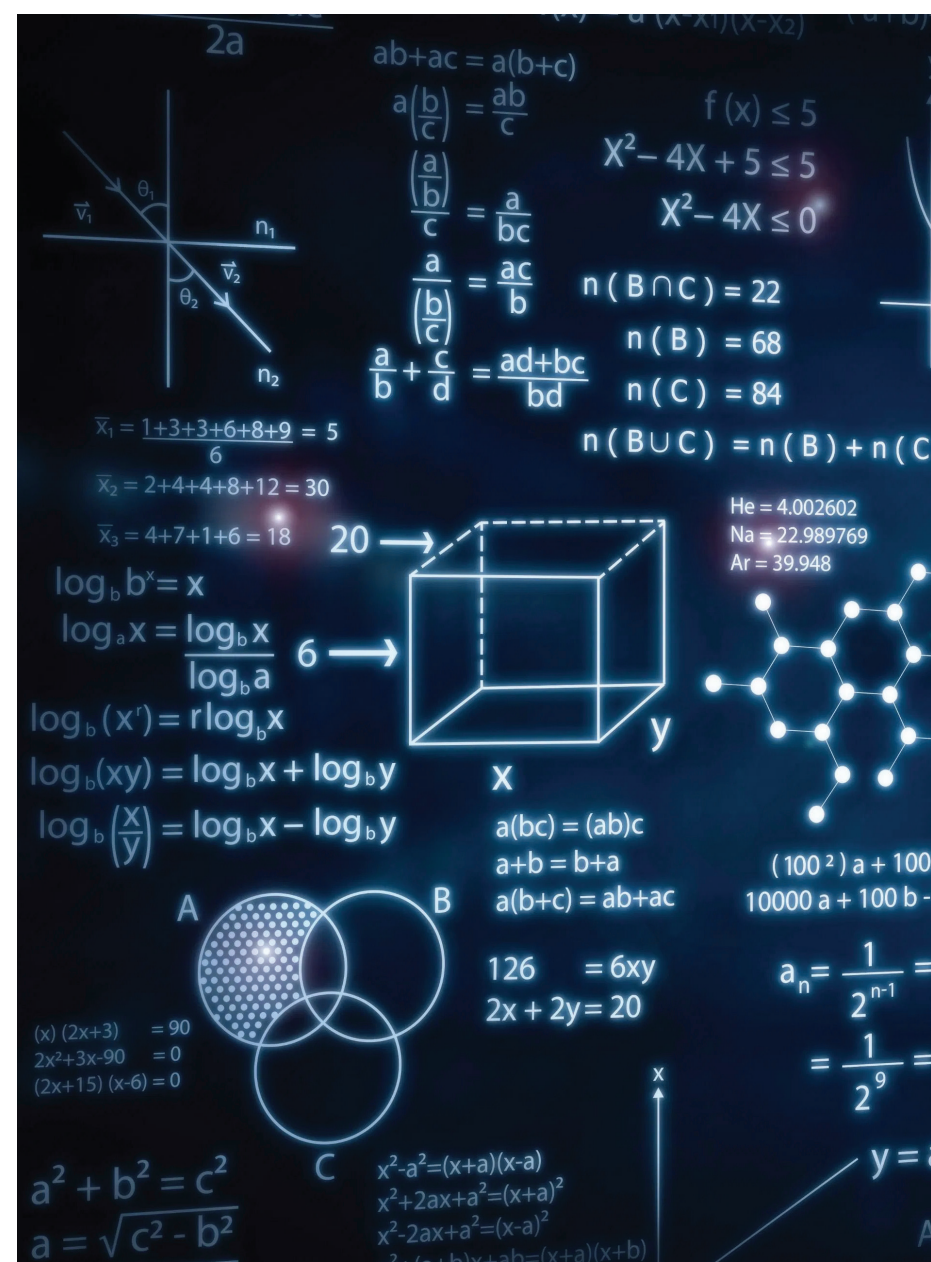
- ساده و بدون فرض خاص.

- خوب برای داده‌های کوچک.

معایب:

- کند در داده‌های بزرگ (محاسبه فاصله برای همه نقاط).

- حساس به scaling و نویز.





پوشش می‌دهد.

این تصاویر مفهوم تقسیم Train/Test و شبکه‌های

عصبی در حال آموزش/تست رو عالی visualization کردن:

• **تقسیم داده‌ها: Training Set و Test Set – پایه ارزیابی**

داده‌ها رو معمولاً به دو (یا سه) بخش تقسیم می‌کنیم:

- **Training Set** (معمولاً ۷۰-۸۰٪): مدل روی این داده‌ها

آموزش می‌بیند و پارامترها رو یاد می‌گیره.

- **Test Set** (۲۰-۳۰٪): داده‌های کاملاً نادیده که فقط برای

ارزیابی نهایی استفاده می‌شه - معیاری از عملکرد واقعی

مدل در دنیای بیرون.

اگر مدل روی Train عالی و روی Test ضعیف باشه →

Overfitting.

این دیگرام‌های ساده تقسیم داده رو نشون می‌دن:

نکته عملی: همیشه داده‌ها رو random shuffle کنیم و stratification (حفظ نسبت

کلاس‌ها) رو برای مسائل نامتعادل اعمال کنیم.

• **معیارهای ارزیابی: چطور عملکرد مدل رو اندازه**

بگیریم؟

معیارها بسته به نوع مسئله

(رگرسیون یا طبقه‌بندی) فرق می‌کنن:

برای مسائل رگرسیون (پیش‌بینی مقدار عددی):

- **MAE (Mean Absolute Error):** میانگین قدرمطلق

خطاها - قابل فهم و مقاوم به outliers.

- **RMSE (Root Mean Squared Error):** ریشه میانگین مربعات

خطا - جریمه بیشتر به خطاهای بزرگ.

برای مسائل طبقه‌بندی:

- **Accuracy:** درصد درست - ساده اما در داده‌های نامتعادل

گمراه‌کننده.

- **Precision, Recall و F1-Score:** (دقت پیش‌بینی‌های مثبت)،

Recall (پوشش مثبت‌های واقعی) و F1 (تعادل بین این

دو) - مخصوصاً وقتی کلاس‌ها نامتعادل باشن (مثل تشخیص

تقلب).

این ماتریس confusion و نمودارهای معیارها رو عالی توضیح می‌دن:

مثال واقعی: در تشخیص سرطان، Recall مهم‌تره (نباید

بیمار رو از دست بدیم) حتی اگر Precision کمتر بشه.

• **تکنیک‌های پیشرفته**

ارزیابی و بهینه‌سازی

- **Cross-Validation:** داده‌های آموزشی رو به K fold تقسیم

می‌کنیم و مدل رو K بار آموزش/تست می‌کنیم -

ارزیابی پایدارتر و استفاده بهتر از داده‌ها. مخصوصاً K-Fold یا

Stratified K-Fold.

- **Hyperparameter Tuning:** تنظیم پارامترهای مدل (مثل

عمق درخت یا نرخ یادگیری) با روش‌هایی مثل Grid Search،

Bayesian یا Random Search Optimization.

این تصاویر Cross-Validation رو گام به گام نشون می‌دن:

نکته کلیدی: همیشه از Validation Set جداگانه برای

tuning استفاده کن و Test Set رو فقط یک بار در آخر لمس

کن - وگرنه Data Leakage رخ می‌ده.

در نهایت، ارزیابی خوب نه تنها به ما می‌گه مدل چقدر خوبه،

بلکه کمک می‌کنه مشکلات رو تشخیص بدیم و مدل رو بهبود بخشیم. یک تحلیل‌گر

داده حرفه‌ای همیشه می‌گه: «اعتماد نکن، ارزیابی کن!»

مدل پیش‌بینی، نمودارها و داشبوردهای کسب‌وکار: از

پیش‌بینی تا تصمیم‌گیری

هوشمند

در نهایت چرخه یادگیری ماشین و پیش‌بینی تحلیلی،

هدف فقط ساخت یک مدل دقیق نیست - بلکه تبدیل

پیش‌بینی‌ها به **بینش‌های عملی و تصمیم‌های هوشمندانه**

در کسب‌وکار است. اینجاست که **مدل‌های پیش‌بینی**

مستقر می‌شوند، **نمودارها** داده‌ها و نتایج را قابل فهم

می‌کنند و **داشبوردهای تعاملی** ابزارهایی قدرتمند

برای مدیران و تحلیل‌گران فراهم می‌آورند تا به سرعت

وضعیت را ببینند، سناریوها را تست کنند و اقدام کنند.

این سه بخش مکمل هم هستند: مدل پیش‌بینی

مغز سیستم است، نمودارها چشم آن و داشبورد پل ارتباطی

با کاربران واقعی کسب‌وکار.

• **مدل پیش‌بینی ریزش مشتری: مثال عملی و تأثیرگذار**

یکی از رایج‌ترین کاربردها، پیش‌بینی **ریزش مشتری (Customer Churn)** است.

مدل با داده‌های تاریخی (مدت قرارداد، تعداد شکایت،

مصرف، پرداخت‌ها) آموزش می‌بیند و برای هر مشتری

فعلی یک احتمال ریزش (مثلاً ۸۵٪) می‌دهد.

چرا مهم است؟

- حفظ مشتری موجود ۵ تا ۲۵ برابر ارزان‌تر از جذب

مشتری جدید است.

- با شناسایی مشتریان در خطر، تیم بازاریابی می‌تواند

کمپین‌های هدفمند (تخفیف، تماس شخصی) اجرا کند.

این داشبوردهای واقعی پیش‌بینی churn رو نشون

می‌دن - از لیست مشتریان پرخطر تا احتمال ریزش:

نکته عملی: مدل‌ها معمولاً ماهانه یا هفتگی retrain

می‌شوند تا با تغییرات رفتار مشتریان هماهنگ بمانند.

• **نمودارها و داشبوردهای تعاملی: زبان مشترک داده و کسب‌وکار**

نمودارها داده‌های پیچیده را به تصاویر ساده و قابل فهم

تبدیل می‌کنند. داشبوردهای مدرن (با ابزارهایی مثل

Tableau، Power BI یا Looker) تعاملی هستند: کاربر می‌تواند

فیلتر بگذارد، drill-down کند یا سناریوهای «چه می‌شود

اگر» را تست کند.

انواع نمودارهای کلیدی در پیش‌بینی:

دستگاه‌های معمولی هم اجرا شود.

• **مدیریت زنجیره تأمین و بهینه‌سازی:** کاربردهای عملی در کسب‌وکار، AI در حال تحول زنجیره تأمین است - پیش‌بینی تقاضا، بهینه‌سازی مسیر حمل‌ونقل و مدیریت موجودی با دقت بی‌سابقه.

• **مثال واقعی:** شرکت‌هایی مثل آمازون با AI موجودی انبار را بهینه کرده‌اند و راتا ۳۰-۴۰٪ کاهش داده‌اند.

• **مدیریت رفتار مشتری:** قلب بازاریابی مدرن AI رفتار مشتری را با تحلیل داده‌های خرید، مروروب و شبکه‌های اجتماعی پیش‌بینی می‌کند - کمپین‌های شخصی‌سازی شده، پیشنهادهای دقیق و پیشگیری از ریزش.

• **چشم‌انداز آینده:** - کوتاه‌مدت (۵-۱۰ سال): AI محدود در حوزه‌های بیشتری

دقیق رفتار مشتری بدون نقض حریم خصوصی.

- **اعتبارسنجی و ایمنی:** اطمینان از اینکه مدل‌ها در شرایط واقعی ایمن و قابل اعتماد بمانند (Robustness).

- **مصرف انرژی:** مدل‌های بزرگ مثل GPT-۴ انرژی معادل هزاران خانوار مصرف می‌کنند - چالش بزرگ برای پایداری.

این دیگرام‌ها چالش‌های AGI و مصرف انرژی مدل‌ها رو visualization کردن:

• **مدیریت ریسک و کارایی:** دوروی یک سکه

- **ریسک‌های وجودی:** برخی کارشناسان (مثل جفری هینتون) هشدار می‌دهند که AGI کنترل نشده ممکن است خطراتی برای بشریت داشته باشد - بحثی که منجر به تمرکز روی **Alignment** (همسویی AI با ارزش‌های انسانی) شده.

- **کارایی و بهینه‌سازی:** تلاش برای ساخت مدل‌های کوچک‌تر و کارآمدتر (مثل تکنیک‌های distillation یا quantization) تا AI روی

خاص، اما فاقد درک عمیق و انعطاف‌پذیری انسانی.

- **عقل سلیم و درک جهان واقعی:** AI در موقعیت‌های روزمره که برای انسان بدیهی است، اغلب شکست می‌خورد. مثلاً یک مدل زبانی ممکن است متن روان تولید کند، اما اگر کمی زمینه تغییر کند، پاسخ‌های غیرمنطقی می‌دهد.

- **خلاقیت اصیل:** خلاقیت AI برپایه ترکیب و بازآفرینی داده‌های آموزشی است - نه تجربه زیسته یا الهام واقعی.

- **مسئولیت‌پذیری اخلاقی:** AI نمی‌تواند قضاوت اخلاقی مستقل داشته باشد. در موقعیت‌های پیچیده (مثل تصمیم‌گیری خودروهای خودران در تصادف اجتناب‌ناپذیر)، همچنان به قوانین از پیش تعیین شده وابسته است.

این تصاویر آینده AI و محدودیت‌هایش رو به زیبایی نشون می‌دن - از مغز مصنوعی تا نقاط کور:

• **چالش‌های فنی و علمی پیش‌رو** - **بازاریابی هدفمند:** پیش‌بینی

داده‌محور تبدیل کرده‌اند.

آینده یادگیری ماشین و هوش مصنوعی: چالش‌ها، محدودیت‌ها و چشم‌انداز پیش‌رو

یادگیری ماشین و هوش مصنوعی در دهه گذشته پیشرفت‌های خیره‌کننده‌ای داشته‌اند - از تشخیص تصویر بهتر از انسان در برخی حوزه‌ها تا تولید متن و کد با کیفیت بالا. اما با وجود این سرعت نفس‌گیر، هنوز با محدودیت‌های اساسی روبرو هستیم و رسیدن به

هوش مصنوعی عمومی (AGI) - سیستمی که مثل انسان در هر حوزه‌ای بتواند فکر کند، یاد بگیرد و عمل کند - همچنان دور از دسترس به نظر می‌رسد. این اسلاید به خوبی پنج حوزه کلیدی را برجسته کرده که آینده این فناوری را شکل می‌دهند.

• **محدودیت‌های فعلی: جایی که AI هنوز کافی نیست**

علی‌رغم ادعاهای بزرگ، هوش مصنوعی امروز عمدتاً **محدود (Narrow AI)** است - فوق‌العاده قوی در وظایف

- **Line Chart / Time Series:**

برای نمایش روند پیش‌بینی فروش یا تقاضا در آینده.

- **Bar / Column Chart:**

مقایسه عملکرد واقعی با پیش‌بینی در دسته‌های مختلف (محصول، منطقه). - **Heatmap:** نمایش احتمال ریزش یا امتیاز مشتریان در ماتریس سن / درآمد.

- **Gauge یا KPI Cards:** نمایش خلاصه مثل «دقت مدل: ۸۷٪» یا «تعداد مشتریان در خطر: ۱۲۴۳».

این داشبوردهای حرفه‌ای پیش‌بینی فروش، موجودی و عملکرد رو نشون می‌دن: **مثال واقعی:** یک شرکت خرده‌فروشی با داشبورد پیش‌بینی تقاضا، موجودی انبار را بهینه کرد و هزینه نگهداری را ۲۰-۳۰٪ کاهش داد.

• **ترجمه پیش‌بینی به عمل: پل بین داده و استراتژی**

بهترین مدل دنیا اگر به اقدام عملی منجر نشود، بی‌فایده است. مراحل نهایی: **Alert System:** وقتی احتمال ریزش یک مشتری VIP بالای ۷۰٪ شد، ایمیل خودکار به تیم فروش.

- **What-If Analysis:** در داشبورد، کاربر می‌تواند ببیند «اگر قیمت را ۱۰٪ کم کنیم، تقاضا چقدر افزایش می‌یابد؟»

- **Feedback Loop:** نتایج اقدامات (مثل حفظ مشتری پس از کمپین) به داده‌های جدید تبدیل می‌شود و مدل را بهبود می‌بخشد.

این چرخه بسته اطمینان می‌دهد که پیش‌بینی‌ها نه تنها دقیق، بلکه تأثیرگذار باشند.

در نهایت، موفقیت یک پروژه پیش‌بینی تحلیلی نه در دقت مدل، بلکه در تأثیری که روی کسب‌وکار می‌گذارد سنجیده می‌شود - کاهش هزینه، افزایش درآمد یا رضایت بیشتر مشتری. ابزارهای مدرن داشبورد این پل را محکم‌تر کرده‌اند و مدیران را به تصمیم‌گیرندگان

نقش علم فیزیک در زندگی انسان

شادروان پروفیسور محمود حسابی

پایه‌گذار فیزیک و مهندسی دانشگاهی در ایران

فیزیک، تلاش انسان برای فهم نظم حاکم

بر جهان هستی است. علم زمانی ارزشمند

است که در خدمت انسان و جامعه باشد.

فیزیک باید به پیشرفت زندگی مردم

کمک کند. پیشرفت علمی بدون

آموزش درست امکان‌پذیر نیست.

فیزیک، ذهن انسان را به نظم،

دقت و تفکر منطقی عادت می‌دهد.

دانشمند واقعی، همیشه در حال

آموختن است.



(پزشکی شخصی، آموزش تطبیقی، رانندگی خودکار سطح ۴) غالب می‌شود.

- میان‌مدت (۱۰-۲۰ سال): پیشرفت دردک عقل سلیم و چندوظیفگی (multi-modal models).

- بلندمدت: AGI همچنان نامطمئن - ممکن است دهه‌ها طول بکشد یا با معماری‌های کاملاً جدید (فراتراز شبکه‌های عصبی فعلی) محقق شود.

در نهایت، آینده هوش مصنوعی نه فقط به پیشرفت فنی، بلکه به مدیریت مسئولانه، قوانین اخلاقی و همکاری جهانی بستگی دارد. ما در آستانه تحولی بزرگ هستیم، اما مسیر پیش‌رو پر از چالش‌های جذاب و حیاتی است.

هوش مصنوعی محدود (Narrow AI) در مقابل هوش مصنوعی عمومی (AGI): وضعیت فعلی، قابلیت‌ها

و چشم‌انداز آینده (تا دسامبر ۲۰۲۵)

هوش مصنوعی امروز عمدتاً محدود یا Narrow AI است - سیستم‌هایی که در وظایف خاص و تعریف‌شده فوق‌العاده قدرتمند عمل می‌کنند، اغلب به‌تیریا برابر با انسان، اما فاقد توانایی تعمیم به حوزه‌های جدید بدون آموزش مجدد هستند. این در حالی است که **هوش مصنوعی عمومی (AGI)** - سیستمی که بتواند مانند انسان در هر حوزه‌ای یاد بگیرد، استدلال کند و عمل کند - هنوز محقق نشده و پیش‌بینی زمان رسیدن به آن پر از ابهام و اختلاف نظر است. تا دسامبر ۲۰۲۵، پیشرفت‌های چشمگیری در Narrow AI دیده‌ایم (مثل GPT-۵ از OpenAI که سطح «PhD-like» در reasoning نشان می‌دهد)، اما کارشناسان اتفاق نظر دارند که هنوز در عصر Narrow AI هستیم و احتمالاً سال‌ها یا دهه‌ها فاصله دارد.

این اینفوگرافیک‌ها تفاوت Narrow AI و AGI رو به خوبی نشون می‌دن:

• **حوزه‌هایی که Narrow AI «کافی و لازم» است (و حتی**

برتر از انسان)

Narrow AI در وظایف تخصصی نه تنها کافی، بلکه اغلب ضروری و برتر شده:

- **تشخیص تصویر پزشکی:** مدل‌های AI در تحلیل تصاویر رادیولوژی (مثل ماموگرافی، CT اسکن) دقت برابر یا بالاتر از رادیولوژیست‌های خبره دارند. مثلاً در تشخیص سرطان ریه یا مغز، AI ناهنجاری‌های کوچک رو زودتر شناسایی می‌کنه و خطای انسانی رو کاهش می‌ده. تا ۲۰۲۵، سیستم‌هایی مثل کسائی که در RSNA یا Mayo Clinic استفاده می‌شن، دقت بالای ۹۵٪ در موارد خاص نشون دادن. این تصاویر مثال‌های واقعی AI در تشخیص رادیولوژی رو نشون می‌دن:

- **ترجمه ماشینی:** ابزارهایی مثل DeepL یا Google Translate برای زبان‌های رایج دقت بسیار بالایی (بالای ۹۵٪ برای درک کلی) دارن - کافی برای ارتباطات روزمره، کسب‌وکار و حتی محتوای حرفه‌ای با ویرایش کم.

- **پردازش زبان طبیعی (NLP):** مدل‌هایی مثل GPT-۵ یا Claude تولید متن، خلاصه‌سازی و پاسخ به سؤالات رو در سطح انسانی

یا بهتر انجام می‌دن.

- **سیستم‌های توصیه‌گر:** نتفلیکس یا آمازون با دقت بالا پیشنهاد می‌دن و درآمد میلیاردی ایجاد کردن.

- **اتوماسیون رباتیک:** در کارخانه‌ها (مثل خطوط تولید تسلا) یا انبارهای هوشمند، ربات‌ها وظایف تکراری رو کامل و بدون خطا انجام می‌دن.

در این حوزه‌ها، Narrow AI نه تنها کافی، بلکه تحول‌آفرین و گاهی ضروری شده.

• **محدودیت‌های کلیدی Narrow AI و فاصله تا AGI** با وجود پیشرفت‌ها، Narrow AI هنوز فاقد قابلیت‌های اساسی انسانی است:

- **عقل سلیم (Common Sense):** AI در درک زمینه‌های ضمنی یا استدلال‌های بدیهی ضعیف عمل می‌کنه - مثلاً نمی‌تونه مثل انسان در موقعیت‌های نوظهور سریع تصمیم بگیره.

- **خلاقیت اصیل:** تولیدات هنری یا علمی AI برپایه تقلید از داده‌هاست، نه تجربه زیسته یا نیت واقعی.

- **قضاوت اخلاقی:** در dilemmas پیچیده (مثل trolley problem در خودروهای خودران - نجات کودک یا پیرمرد؟)، AI فاقد

قضاوت ذاتیه و به قوانین برنامه‌ریزی شده وابسته است.

این تصاویر dilemma اخلاقی trolley problem در خودروهای خودران رو نشون می‌دن:

- **انطباق‌پذیری سریع:** اگر قوانین یک بازی کمی تغییر کنه، مدل آموزش‌دیده ممکنه کاملاً شکست بخوره.

پیش‌بینی زمان AGI: بسیار نامطمئن. تا ۲۰۲۵:

- Metaculus (جامعه پیش‌بینی): median حدود ۲۰۲۷-۲۰۳۰ برای weakly general AI.

- کارشناسان (surveyهای اخیر): median حدود ۲۰۴۰-۲۰۶۰، اما برخی مثل Sam Altman یا پیش‌بینی‌های optimistic تا ۲۰۲۶-۲۰۲۸.

- گزارش‌های ۲۰۲۵: هنوز Narrow AI غالب، اما پیشرفت در reasoning (مثل OpenAI preview-۵) رو کوتاه‌تر کرده.

این چارت‌ها پیش‌بینی‌های timelines AGI رو نشون می‌دن:

چالش Alignment: پیشرفت‌هایی در scalable oversight و interpretability هست، اما مشکل اصلی (همسویی AGI با ارزش‌های انسانی) حل نشده باقی مونده.

• **عوامل کلیدی و چشم‌انداز کوتاه‌مدت (تا ۲۰۳۰):** Narrow AI در حوزه‌های بیشتر (تحقیقات علمی، آموزش شخصی) کافی می‌شه و مشاغل رو تحول می‌ده.

- **بلندمدت:** AGI نامطمئن - ممکنه دهه‌ها طول بکشه، با چالش‌های alignment، اخلاقی و اجتماعی عظیم. در نتیجه، Narrow AI دایره تأثیرش رو شتابان گسترش می‌ده، اما AGI هنوز درهاله ابهام است - نه قطعی، نه نزدیک به اندازه‌ای که برخی hype می‌کنن. این فاصله فرصت می‌ده تا مسئولانه پیش‌بریم و از مزایای فعلی حداکثر استفاده رو ببریم.

سخنانی الهام‌بخش درباره ریاضیات

شادروان دکتر مریم میرزاخانی

ریاضی‌دان برنده مدال فیلدز در سال ۲۰۱۴ میلادی

ریاضیات مثل حل یک معمای بزرگ است؛ هرچه بیشتر تلاش کنی، لذت کشفش بیشتر می‌شود. زیبایی ریاضیات در ارتباط بین ایده‌هاست. در مسیر پژوهش، بارها شکست می‌خورید؛ اما همین شکست‌ها شما را جلو می‌برند. مهم است که از اشتباه کردن نترسیم. من ریاضی را مثل یک داستان طولانی می‌بینم که کم‌کم خودش را آشکار می‌کند.



مصاحبه در پارک علم و فناوری آذربایجان غربی:

دکتر ابراهیم علومی، توسعه دهنده هوش مصنوعی

عرفان عمران زاده

دانشجوی کارشناسی ریاضیات و کاربردها

نیایش قهرمانی

دانشجوی کارشناسی ریاضیات و کاربردها

خیلی خوشحالم که تشریف آوردید. امیدوارم نتیجه این مصاحبه مطلوب باشد که بتوانم همه و دوستان استفاده بکنم. همینطور که در جریان هستید در سال های اخیر هوش مصنوعی انقلابی برای خودش ایجاد کرده و اگر بخواهیم یک مقدار تاریخی در مورد آن صحبت بکنیم، اوایل که می خواست هوش مصنوعی شکل بگیرد به شکل یک پیشنهاد مطرح شد. به این شکل که ما اگر یک دیوار داشته باشیم و پشت این دیوار یک سیستم وجود داشته باشد از طریق کیبورد با آن ارتباط برقرار کنیم و صحبت کنیم متوجه نشویم که بعد از نیم ساعت، آن چیزی که پشت دیوار هست انسان است یا یک سیستم. در واقع این پیشنهاد مانند یک تست بود که بارد شدن از آن هوش مصنوعی ساخته شد و توانستیم آنرا در عرصه کاربردی نشان دهیم. امروزه داریم به این سطح می رسیم که وقتی با ابراز هوش مصنوعی چت میکنیم گاهی شک میکنیم که آیا واقعا این جواب پخته و کامل روی یک انسان داده یا یک سیستم طراحی شده و ساخته دست بشر هست و رفته رفته هم پیشرفت میکند.

مادر هوش مصنوعی ۳ تالول (مرحله) داریم:

۱. هوش مصنوعی که میزان میزان هوشمندی آن کمتر از انسان هست. به عنوان مثال: مثلا همان هوش مصنوعی در بازی شطرنج در قدیم، که سعی می کرد انسان گونه فکر کند اما هنوز در حد انسان نبود و از کاربرد های ساده استفاده میکردیم.

۲. الان هوش مصنوعی به سمتی سوق پیدا کرده که قادر هست تقریبا مثل انسان فکر کند.

۳. فرا هوش هست که انسان را رد می کند و در اصل این ماه هستیم که باید به دنبال آن بدویم.

ما الان تقریبا در لول دوم هستیم که به انسان نزدیک شده و گاهی بعضی جاها از انسان هم سبقت میگیرد. حال



چه بهتر که از این سیستم در صنعت و زمینه های دیگر استفاده شود که شرکت ما هم سعی کرده که از این غافله عقب نماند و در زمینه هوش مصنوعی در پزشکی هم ورود پیدا کرده است.

سوال: آیا شما می توانید بگویید که در آینده هوش مصنوعی می تواند به جای پزشک برای انسان نسخه پیچی بکند؟

دکتر علومی: خب ما یک مقدار با تومانیته پیش می رویم و می گویم که فعلا این چیزی که هوش مصنوعی الان انجام میدهد و محصولی هم که ما ساختیم ۱۰۰ درصد نیاز به پزشک نیست و هوش مصنوعی قادر به تشخیص هست. حتی در خود چت gpt یک سوال پزشکی می پرسیم میگوید من متخصص نیستم بعد توصیه لازم را به ما میکند. حالا سیستمی که در این شرکت درسته شده و این نرم افزار به همراه سخت افزار انجام میدهد در قسمت افزونه ی هوش مصنوعی، این هست که کمک و دستیار یک پزشک عمل میکند، توصیه میکند می گوید مثلا اگر می خواهید در این زمینه تشخیص انجام دهید معتقدم می توانید به این شکل (توصیه های هوش مصنوعی) پیش بروید که کارتان به سهولت انجام شود و به این ترتیب یک باری را از روی دوش پزشکان بر میدارد که سرعت عمل آنها بیشتر شود. ولی در کل هوش مصنوعی فعلا به عنوان خود پزشک نمی تواند فعالیت کند و به عنوان دستیار پزشک عمل میکند. و دقیق نمی توان گفت که چند سال طول می کشد که دیگر نیازی به پزشک نداشته باشیم یا نیازی به معلم یا نیاز به فلان متخصص نداشته باشیم.

سوال: به نظر شما هوش مصنوعی میتواند در آینده بر علیه انسان باشد یا خیر؟

دکتر علومی: فیلم و سریال ها زیاد دیدیم ولی کسانی که در این زمینه

فعالیت می کنند یک سری چهار چوب هم دارند که باید آن سیستم از چهار چوب و قوانین پیروی کند مثلا بر علیه سازنده کاری انجام ندهد (مثلا پاک نکردن اطلاعات یا حتی برخورد فیزیکی)

سوال: این قضیه را قبول دارید که هوش مصنوعی اگر امروز به عنوان مشاور یا دستیار یا حتی دوست عمل میکند بر اساس داده هایی است که تحت عنوان اطلاعات می گیرد و طبق آن داده ها بررسی لازم را انجام داده و راه کار ارائه میکند و فکر میکنید که در آینده بدون این داده ها هم هوش مصنوعی کار خودش را با کمترین خطا انجام میدهد؟

دکتر علومی: ذات هوش مصنوعی این هست که باید داده را از یک منبع بگیرد تا بتواند فعالیت خود را به نحو احسن انجام دهد. کامپیوتر در ازای ورودی، خروجی میدهد. اگر یک هوش مصنوعی را ببینید که خوب عمل میکند و اطلاعات دریافت نمی کند پس حتما قبل از اطلاعات لازم به آن داده شده یا از قبل یاد گرفته و الان هم صرفا بر اساس کاری که انجام میدهد در حال یادگیری است. من برای یک سیستم هوش مصنوعی بعید می دانم که بدون یادگیری بتواند کاری را درست انجام دهد.

سوال: به نظر شما پشت فعالیت هوش مصنوعی منطق فازی وجود دارد؟

دکتر علومی: بله از منطق فازی هم می شود استفاده کرد. به صورت کلی بخواهم توضیح بدم می توانم بگویم که قبلا ما در کامپیوتر ۰ و ۱۰۰ داشتیم یا اصطلاحا درسته، غلط (true, false). هوش مصنوعی با آمدنش نیمه درست یا نیمه غلط بودن بعضی قضایا را تایید کرد.

سوال: مصاحبه گر: می توانید ما را با محصول شرکت رایان تصویر کاوش و رنا آشنا کنید و بفرمایید که در چه زمینه هایی کاربرد دارد؟

دکتر علومی: سال تاسیس این

شرکت سال ۱۳۹۷ هست. ما در شرکت رایان تصویر کاوش و رنا یک تیم فوق العاده مستعد از چند تا جوان که ترکیبی از رشته های الکترونیک، کامپیوتر، و مهندسی it هستیم و در این پارک علم و فناوری مسیر پر چالشی را تا به حال طی کردیم. ما چند تا محصول داریم که مهم ترین محصول ما اسکنر لامپ هست.

لامپ هایی که در زمینه سرطان استفاده می شود که معمولا از طریق میکروسکوپ آنها را بررسی میکنند و فرایند بررسی آن لامپ که نمونه ی سرطانی هست که روی آن قرار گرفته است. به صورت عادی انجام این فرایند نیم ساعت تا سه ربع طول می کشد، اما با محصول ما که نرم افزار اسکنر هست می تواند این فرایند اسکن کردن به سهولت و در زمان کمتر و با دقت بیشتری انجام شود و به صورت دیجیتالی نتیجه را آماده میکند و فایل تصویری خیلی آسان قابل حمل و اشتراک گذاری است و کل نتیجه را پزشک با چند تا کلیک می تواند دریافت کند. در زمینه یاد گیری هم کاربرد دارد.

جنبه آموزشی دارد هم جنبه پزشکی. همکارهای ما امروزه روی افزونه هوش مصنوعی هم کار میکنند که باعث تسهیل تشخیص سرطان می شود و به پزشک کمک میکند که با دقت بیشتری تشخیص را انجام دهد. بیس این کار هم کلاریاسیات و هوش مصنوعی و علم پژوهش تصویر هست.

سوال: یعنی فعالیت گروه شما در canser trapi (سرطان درمانی) هم فعالیت میکند؟ اصل این محصول اسکن کردن لامپ هست ولی

در کنار آن افزونه ای داریم که در سرطان درمانی هم فعالیت گسترده ای انجام میدهد.

سوال: آیا شما قبول دارید که هوش مصنوعی با اینکه بر پایه ریاضی ساخته شده ولی در زمینه

ریاضیات ناتوان بوده؟ مثلا هوش مصنوعی های جدید اکثرا یا جواب سوال را نمی دهند یا غلط می دهند و ثابت گران نیست؟

دکتر علومی: ما چیزهایی که راجع به علوم کامپیوتر و ریاضی سراغ داشتیم فقط و فقط جواب نهایی می داد ولی امروزه حدودا یک ماه هست که سیستم هایی آمده که اثبات ریاضی میکنند و احساس میکنم در بحث ریاضیات کاربردی خیلی توانسته به متخصصان کمک کند.

سوال: هوش مصنوعی توی علوم تجربی موفق تر بوده یا در زمینه رشته های محاسباتی و ریاضیات؟

دکتر علومی: این را باید از متخصصان پرسید ولی چیزی که در حوزه ی خودمان داریم فعالیت میکنیم اکثریت رشته ها سعی می کنند از هوش مصنوعی استفاده بکنند تا سرعت عمل و کیفیت کارشان از تقاع پیدا کند و بیشتر حالت مشورتی دارد ولی ۱۰۰ درصد به هوش مصنوعی نمیشه اطمینان کرد.



Research Article

Design of a Novel Second-Order Prediction Differential Model Solved by Using Adams and Explicit Runge–Kutta Numerical Methods

Zulqurnain Sabir,¹ Juan L. G. Guirao ,² Tareq Saeed,³ and Fevzi Erdoğan ⁴

¹Department of Mathematics and Statistics, Hazara University, Mansehra, Pakistan

²Department of Applied Mathematics and Statistics, Technical University of Cartagena, Hospital de Marina, Cartagena 30203, Spain

³Nonlinear Analysis and Applied Mathematics (NAAM)-Research Group, Department of Mathematics, Faculty of Science, King Abdulaziz University, P.O. Box 80203, Jeddah 21589, Saudi Arabia

⁴Department of Mathematics, Faculty of Sciences, Yuzuncu Yil University, Van, Turkey

Correspondence should be addressed to Juan L. G. Guirao; juan.garcia@upct.es

Received 21 February 2020; Accepted 9 June 2020; Published 10 July 2020

Guest Editor: Praveen Agarwal

Copyright © 2020 Zulqurnain Sabir et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

In this study, a novel second-order prediction differential model is designed, and numerical solutions of this novel model are presented using the integrated strength of the Adams and explicit Runge–Kutta schemes. The idea of the present study comes to the mind to see the importance of delay differential equations. For verification of the novel designed model, four different examples of the designed model are numerically solved by applying the Adams and explicit Runge–Kutta schemes. These obtained numerical results have been compared with the exact solutions of each example that indicate the performance and exactness of the designed model. Moreover, the results of the designed model have been presented numerically and graphically.

1. Introduction

The historical delay differential equations (DDEs) are applied in the pioneer work of Newton and Leibnitz in the last years of the 16th century. To understand the worth and importance of the DDEs, one can see their extensive and wide-ranging applications in the field of scientific wonders. Few mentioned applications are population dynamics, economical systems, engineering systems, transports, and communication models [1–4]. Many researchers worked to solve DDEs in different years, e.g., Kondorse studied DDEs in the seventh decade of the 17th century, but properly used the applications of DDEs in the 19th century. Kuang [2] and Hale and LaSalle [5] presented the detailed theory, solution schemes, and applications of DDEs. Perko [6] studied linear/nonlinear differential models for the dynamical system and configuration. Beretta and Kuang [7] worked on the

geometric constancy of DDEs with the constraints of delay values. Frazier [8] explained the DDEs of the second kind by applying the wavelet Galerkin scheme. Rangkuti and Noorani [9] established the exact solution of DDEs by applying the iterative method named as a coupled variation scheme with the support of the Taylor series method. Chapra [10] discussed the scheme of Runge–Kutta for solving both types of differential delay and nondelay models. Adel and Sabir [11] presented the numerical solutions of a nonlinear second-order Lane–Emden pantograph delay differential model via the Bernoulli collocation method. Sabir et al. [12, 13] solved the nonlinear functional differential models of second and third order. Erdogan et al. [14] applied the finite difference method on a layer-adapted mesh for singularly perturbed DDEs. Some more details of DDEs are provided in references [15–20]. The literature form of the second-order DDE is given as follows [21]:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} = g(x, y(x), y(x - \tau_1)), & \tau_1 > 0, a \leq x \leq b, \\ y(x) = \theta(x), & \rho \leq x \leq a, \quad 0 \leq \tau_1 \leq |a - \rho|, \\ \frac{dy(a)}{dx} = \omega, \end{cases} \quad (1)$$

where $\theta(x)$ is used for the initial condition and τ_1 is the delayed term in the abovementioned equation. It is clear in understanding that the appearance of this term $y(x - \tau)$ in any differential equation shows the DDE that means to subtract some values from time. The question arises here when we add some values in time then what happens, i.e., $y(x + \tau)$. This clearly indicates the prediction and aim of the present work is related to design a new model based on the prediction differential equation. The general form of the new second-order prediction differential model along with initial conditions is presented as

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} = g(x, y(x), y(x + \tau)), & \tau > 0, a \leq x \leq b, \\ y(x) = \theta(x), & \rho \leq x \leq a, \quad 0 \leq \tau \leq |\rho - a|, \\ \frac{dy(a)}{dx} = \omega, \end{cases} \quad (2)$$

where τ is used as a prediction term in equation (2). This prediction differential model can be used to forecast the weather, transport, engineering, stock markets, technology, biological models, astrophysics, and many more. Moreover, the obtained numerical results from both of the schemes have been compared with the exact solution to verify the correctness and exactness of the designed model presented in equation (2).

Some salient features of the designed model are given as follows:

- (i) The novel prediction model is successfully designed by considering the worth of the delay differential model
- (ii) For verification of the designed model, the obtained numerical results have been compared with the exact solutions
- (iii) Easily comprehensible procedures with effortless implementation, conserved accuracy in close locality of the input interval, broader, and extendibility applicability are other considerable advantages.

The remaining parts of the paper are organized as follows. Section 2 shows the designed methodology. Section 3 represents the detailed results. The conclusions and future research directions of the present study are provided in the last section.

2. Methodology

In the present study, the strength of predictor-corrector Adams technique [22, 23] and explicit Runge-Kutta

numerical technique [24, 25] is exploited to solve the second-order prediction differential model.

2.1. Predictor-Corrector Adams Numerical Scheme. To find the numerical solutions of the novel designed prediction differential model, the predictor-corrector numerical technique is applied, which takes further two steps to complete.

Step 1: the approximate measures of prediction are accomplished

Step 2: to find if the numerical solutions of correction are capable with the similar contributions of prediction.

$$\frac{dy}{dx} = h(x, y), \quad (3)$$

$$u(x_0) = y_0.$$

The generalized Adams-Bashforth two-step numerical scheme using the predictor-corrector techniques is given as

$$D_{n+1} = y_n + \frac{3}{2}gh(x_n, y_n) - \frac{1}{2}gh(x_{n-1}, y_{n-1}). \quad (4)$$

The Adams-Moulton two-step corrector scheme is shown as follows:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}gh((x_{n+1}, D_{n+1}) + h(x_n, y_n)). \quad (5)$$

The 4-step predictor-corrector scheme is provided as follows:

$$\begin{aligned} D_{n+1} = y_n + \frac{1}{24}g(55h(x_n, y_n) - 59g(x_{n-1}, y_{n-1}) \\ + 37g(x_{n-2}, y_{n-2}) - 9g(x_{n-3}, y_{n-3})). \end{aligned} \quad (6)$$

The Adams-Bashforth-Moulton 4-step scheme is written as follows:

$$\begin{aligned} y_{n+1} = y_n + \frac{1}{24}g(9h(x_{n+1}, D_{n+1}) + 19g(x_n, y_n) \\ - 5g(x_{n-1}, y_{n-1}) + f(x_{n-2}, y_{n-2})). \end{aligned} \quad (7)$$

2.2. Explicit Runge-Kutta Numerical Scheme. The explicit Runge-Kutta scheme is applied to solve the novel designed second-order prediction model. The general form of the explicit Runge-Kutta scheme is considered as

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + g \sum_{j=1}^s b_j I_j, \\ I_1 &= h(x_n, y_n), \\ I_2 &= h(x_n + c_2 g, y_n + g(a_{21} I_1)), \\ I_3 &= h(x_n + c_3 g, y_n + g(a_{31} I_1 + a_{32} I_2)), \\ &\vdots \\ I_s &= h(x_n + c_s g, y_n + g(a_{s1} I_1 + a_{s2} I_2 + a_{s3} I_3 + \dots + a_{ss-1} I_{s-1})). \end{aligned} \quad (8)$$

The first step is to consider the obtained initial results, and slopes for all variables are predictable. These attained numerical conclusions for slopes (the I_{1s}) at the middle point of the interval domain are taken to make the dependent variable designs, while in the second phase, the slopes of the central point (the I_{2s}) are obtained by using these accomplished values based on the middle points. The calculated numerical values for slopes are twisted back using the first point of the other set of central point values that are instigated for the new slope of predictions at the central point (the I_{3s}). These numerical calculated values are complementary functional to make the predictions to develop the slopes at the ending point of the interval domain (the I_{ss}). Similarly, all the numerical values for I_s are accomplished to make an additional set of growth functions and, finally, take the initial point to make the last prediction.

3. Simulations and Results

In this section of the study, the prediction differential model presented in equation (2) is solved by using the four numerical examples based on the predictor-corrector Adams technique and explicit Runge-Kutta method. Furthermore, the obtained numerical results using both the schemes have been compared with the exact solutions of each example.

Example 1. Consider the second-order prediction differential equation along with the initial conditions given as follows:

$$\begin{cases} 2 \frac{d^2 y}{dx^2} + y(x) - y(x + \pi) = 0, \\ y(0) = 1, \\ \frac{dy(0)}{dx} = 1. \end{cases} \quad (9)$$

The exact solution of equation (9) is $1 + \sin x$.

Example 2. Consider the second-order prediction differential equation along with boundary conditions given as follows:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} - y(x) + y(x + 1) - 2x = 0, \\ y(0) = 2, \\ \frac{dy(3)}{dx} = 3. \end{cases} \quad (10)$$

The exact solution of equation (10) is $x^2 - 3x + 2$.

Example 3. Consider the second-order prediction differential equation involving trigonometric functions along with initial conditions given as follows:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx}(x + 1) + y(x + 1) + y(x) + \cos(x + 1) - \sin(x + 1) = 0, \\ y(0) = 0, \\ \frac{dy(0)}{dx} = 1. \end{cases} \quad (11)$$

The exact solution of equation (11) is $\sin x$.

Example 4. Consider the second-order prediction differential equation along with initial conditions given as follows:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy(x + 1)}{dx} + y(x + 1) - y(x) = 0, \\ y(0) = 1, \\ \frac{dy(0)}{dx} = 1. \end{cases} \quad (12)$$

The exact solution of equation (12) is e^x .

It is clearly seen that the prediction term is involved in the form of $y(x + \pi)$, $y(x + 1)$ in Examples 1 and 2, respectively. The prediction terms are involved four times in Example 3, i.e., $(dy/dx)(x + 1)$, $y(x + 1)$, $\cos(x + 1)$, and $\sin(x + 1)$. Moreover, the prediction terms appeared twice in Example 4, i.e., $(dy/dx)(x + 1)$ and $y(x + 1)$.

The graphic illustration based on the numerical results for all four examples is provided in Figure 1. The explicit Runge-Kutta scheme is used to find the graphical values for all the examples. The plots of Figures 1(a) to 1(d) are based on Examples 1 to 4. Figure 1(a) is plotted in the domain of $[0, 30]$, and the results are found to be positive in all intervals. The plots of Figure 1(b) are plotted in the domain of $[0, 3]$. The results represent positive values in most of the intervals. However, negative values have been noticed in the subinterval $[1, 2]$. Figures 1(c) and 1(d) are plotted in the domain of $[0, \pi]$ and $[0, 1]$, respectively. It is noticed in the table that positive results have seen in both Examples 3 and 4. For comparison of the results, the plots of exact and numerical solutions have been drawn in Figure 2. The overlapping of the results shows the exactness and accurateness of the designed model. For more clear results of all the examples, the numerical results of exact solutions and the predictor-corrector Adams numerical scheme are tabulated in Tables 1 and 2. The comparison of the Adams numerical results and exact solutions are same up to a higher level.

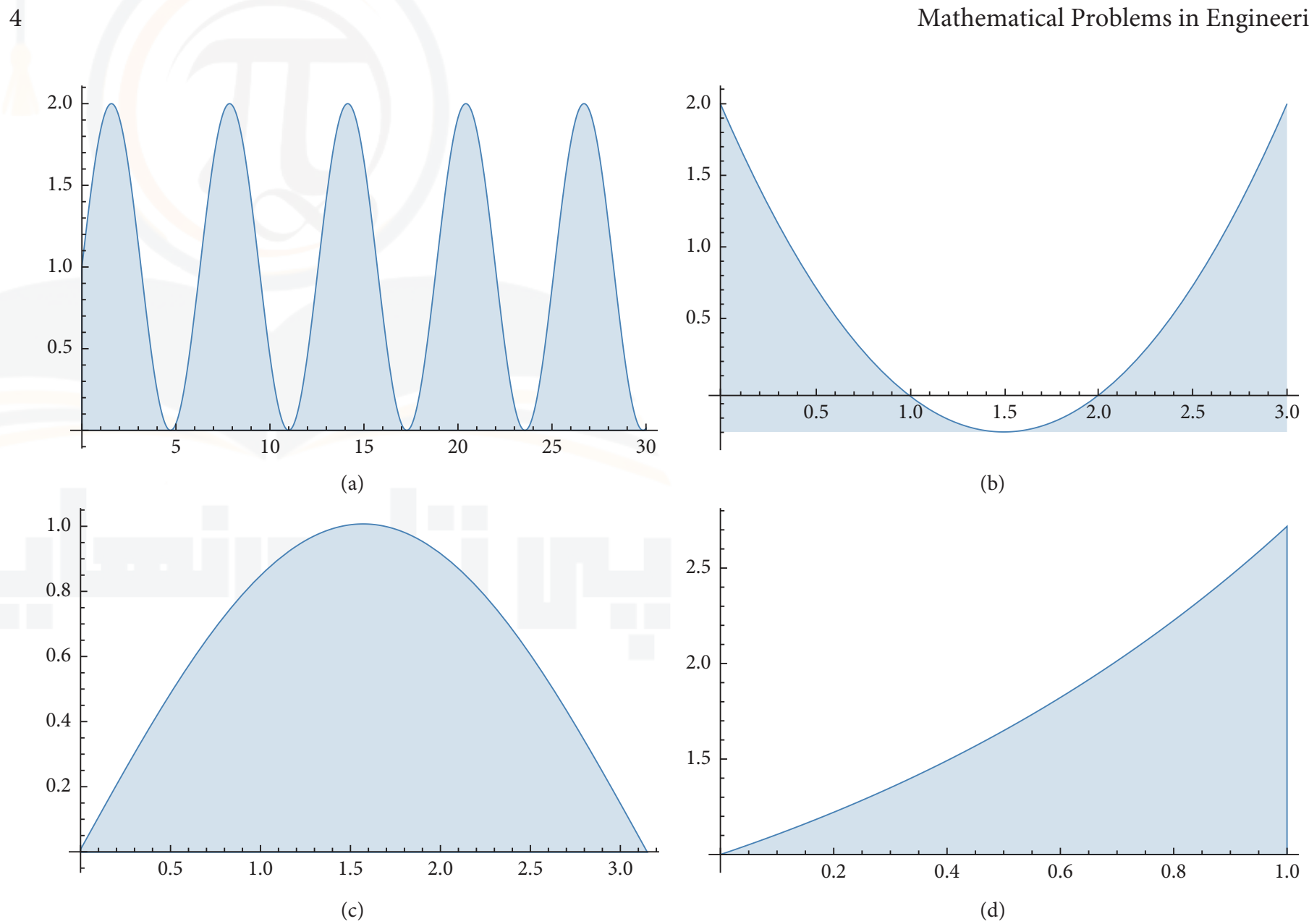


FIGURE 1: Graphical illustration of the numerical results for Examples 1, 2, 3, and 4. (a) Plot results of Example 1. (b) Plot results of Example 2. (c) Plot results of Example 3. (d) Plot results of Example 4.

شکل ۱: نمایش گرافیکی نتایج عددی برای مثال‌های ۱، ۲، ۳ و ۴. (الف) نمودار نتایج مثال ۱. (ب) نمودار نتایج مثال ۲. (ج) نمودار نتایج مثال ۳. (د) نمودار نتایج مثال ۴.

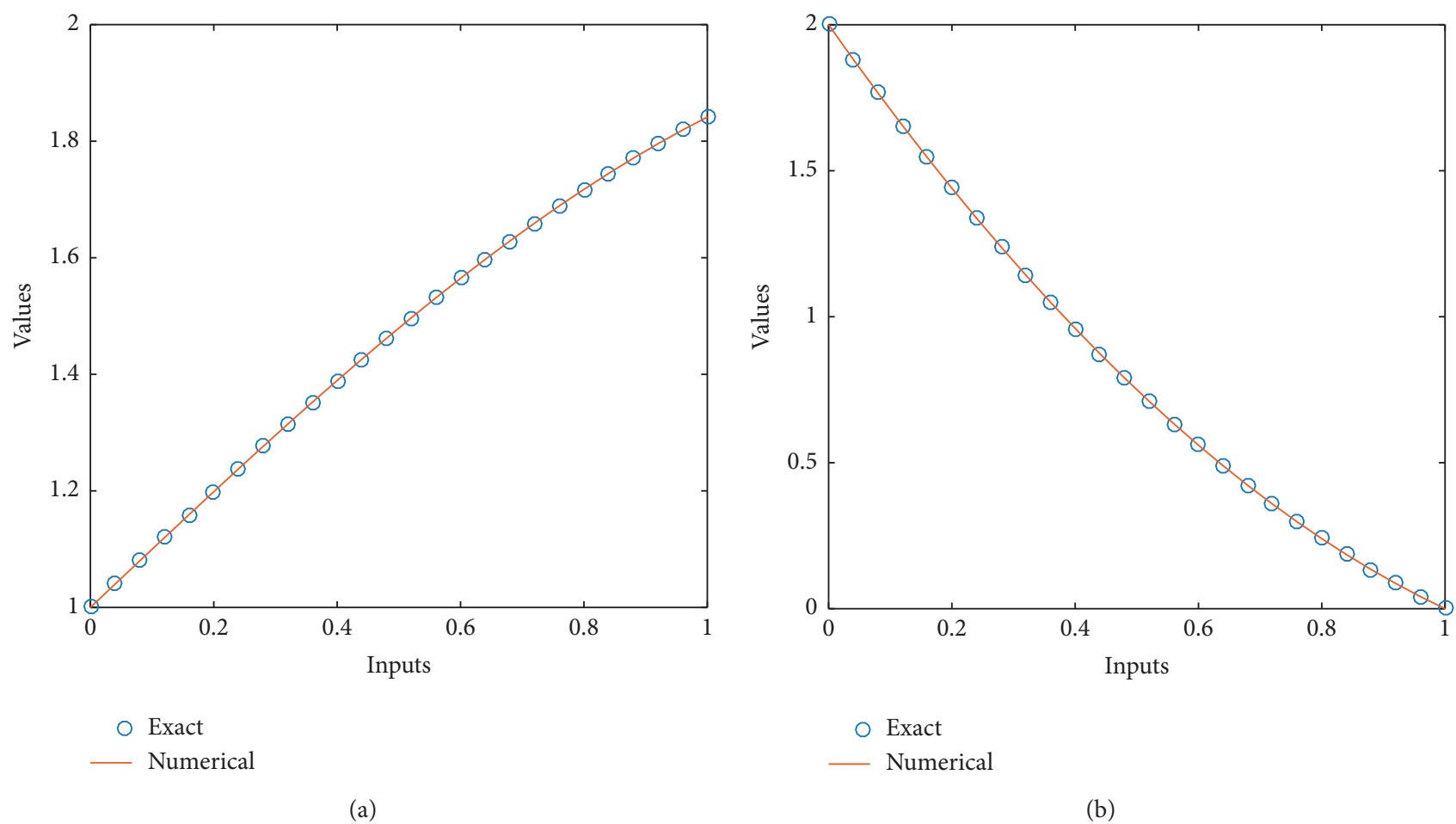


FIGURE 2: Continued.

شکل ۲: ادامه

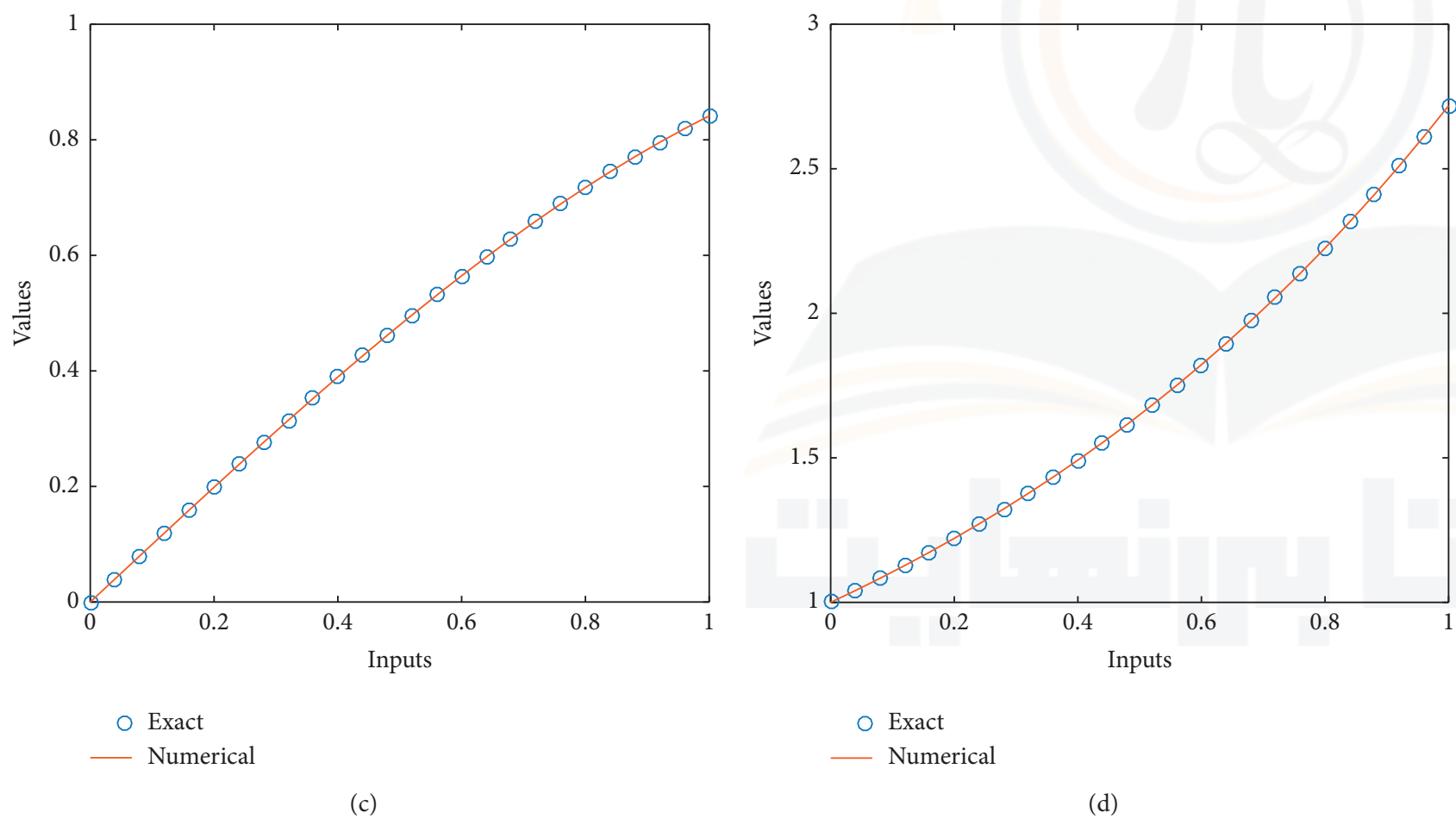


FIGURE 2: Comparison of the exact results and numerical solutions for Examples 1, 2, 3, and 4. (a) Comparison plots of Example 1. (b) Comparison plots of Example 2. (c) Comparison plots of Example 3. (d) Comparison plots of Example 4.

شکل ۲: مقایسه نتایج دقیق و حل‌های عددی برای مثال‌های ۱، ۲، ۳ و ۴. (الف) نمودارهای مقایسه‌ای مثال ۱. (ب) نمودارهای مقایسه‌ای مثال ۲. (ج) نمودارهای مقایسه‌ای مثال ۳. (د) نمودارهای مقایسه‌ای مثال ۴.

TABLE 1: Numerical values of the Adams and explicit Runge–Kutta scheme for Examples 1 and 2.

x	Example 1		Example 2	
	Exact	Adams	Exact	Adams
0.00	1.000000	1.000000	2.000000	2.000000
0.04	1.040000	1.039989	1.881600	1.881600
0.08	1.079900	1.079915	1.766400	1.766400
0.12	1.119700	1.119712	1.654400	1.654400
0.16	1.159300	1.159318	1.545600	1.545600
0.20	1.198700	1.198669	1.440000	1.440000
0.24	1.237700	1.237703	1.337600	1.337600
0.28	1.276400	1.276356	1.238400	1.238400
0.32	1.314600	1.314567	1.142400	1.142400
0.36	1.352300	1.352274	1.049600	1.049600
0.40	1.389400	1.389418	0.960000	0.960000
0.44	1.425900	1.425939	0.873600	0.873600
0.48	1.461800	1.461779	0.790400	0.790400
0.52	1.496900	1.496880	0.710400	0.710400
0.56	1.531200	1.531186	0.633600	0.633600
0.60	1.564600	1.564642	0.560000	0.560000
0.64	1.597200	1.597195	0.489600	0.489600
0.68	1.628800	1.628793	0.422400	0.422400
0.72	1.659400	1.659385	0.358400	0.358400
0.76	1.688900	1.688921	0.297600	0.297600
0.80	1.717400	1.717356	0.240000	0.240000
0.84	1.744600	1.744643	0.185600	0.185600
0.88	1.770700	1.770739	0.134400	0.134400
0.92	1.795600	1.795602	0.086400	0.086400
0.96	1.819200	1.819192	0.041600	0.041600
1.00	1.841500	1.841471	0.000000	0.000000

TABLE 2: Numerical values of the Adams and explicit Runge-Kutta scheme for Examples 3 and 4.

x	Example 3		Example 4	
	Exact	Adams	Exact	Adams
0.00	0.000000	0.000000	1.000000	1.000000
0.04	0.040000	0.039989	1.040800	1.040811
0.08	0.079900	0.079915	1.083300	1.083287
0.12	0.119700	0.119712	1.127500	1.127497
0.16	0.159300	0.159318	1.173500	1.173511
0.20	0.198700	0.198669	1.221400	1.221403
0.24	0.237700	0.237703	1.271200	1.271249
0.28	0.276400	0.276356	1.323100	1.323130
0.32	0.314600	0.314567	1.377100	1.377128
0.36	0.352300	0.352274	1.433300	1.433329
0.40	0.389400	0.389418	1.491800	1.491825
0.44	0.425900	0.425939	1.552700	1.552707
0.48	0.461800	0.461779	1.616100	1.616074
0.52	0.496900	0.496880	1.682000	1.682028
0.56	0.531200	0.531186	1.750700	1.750673
0.60	0.564600	0.564642	1.822100	1.822119
0.64	0.597200	0.597195	1.896500	1.896481
0.68	0.628800	0.628793	1.973900	1.973878
0.72	0.659400	0.659385	2.054400	2.054433
0.76	0.688900	0.688921	2.138300	2.138276
0.80	0.717400	0.717356	2.225500	2.225541
0.84	0.744600	0.744643	2.316400	2.316367
0.88	0.770700	0.770739	2.410900	2.410900
0.92	0.795600	0.795602	2.509300	2.509290
0.96	0.819200	0.819192	2.611700	2.611696
1.00	0.841500	0.841471	2.718300	2.718282

4. Conclusions

The present study is carried out to design a novel second-order prediction differential model by manipulating the strength of the Adams numerical scheme and explicit Runge-Kutta scheme. The designed novel prediction differential model will be very useful and can be applied in many applications. Four different variants of the designed model have been solved by using the Adams and Runge-Kutta schemes and compared the obtained numerical results with the exact solutions. The overlapping of the exact and numerical reference solutions show the worth and accuracy of the novel designed prediction differential model. It is clear in understanding that the proposed methods are valuable and suitable for solving the second-order prediction differential model due to accurate results for all the examples of the second-order prediction differential model. For solving all four examples, the proposed Adams and explicit Runge-Kutta schemes are found to be very good in terms of accuracy and convergence. Software used for solving the prediction differential model is MATLAB R 2017(a) package and Mathematica 10.4.

In future, the nonlinear prediction Lane-Emden model and nonlinear prey-predator singular prediction model can be designed and solved via an artificial neural network [26–33].

Data Availability

Our manuscript is not data-based.

Conflicts of Interest

The authors declare that they have no conflicts of interest.

References

- [1] D. S. Li and M. Z. Liu, "Exact solution properties of a multi-pantograph delay differential equation," *Journal of Harbin Institute of Technology*, vol. 32, no. 3, pp. 1–3, 2000.
- [2] Y. Kuang, Ed., *Delay Differential Equations: with Applications in Population Dynamics*, Academic Press, Vol. 191, Cambridge, CA, USA, 1993.
- [3] S. I. Niculescu, *Delay Effects on Stability: A Robust Control Approach*, Vol. 269, Springer Science & Business Media, Berlin, Germany, 2001.
- [4] W. Li, B. Chen, C. Meng et al., "Ultrafast all-optical graphene modulator," *Nano Letters*, vol. 14, no. 2, pp. 955–959, 2014.
- [5] J. K. Hale and J. P. LaSalle, "Differential equations: linearity vs. nonlinearity," *SIAM Review*, vol. 5, no. 3, pp. 249–272, 1963.
- [6] L. Perko, *Differential Equations and Dynamical Systems: Numerical Algorithms*, Springer, New York, NY, USA, 3rd edition, 2001.
- [7] E. Beretta and Y. Kuang, "Geometric stability switch criteria in delay differential systems with delay dependent parameters," *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, vol. 33, no. 5, pp. 1144–1165, 2002.
- [8] M. W. Frazier, *Background: Complex Numbers and Linear Algebra. An Introduction to Wavelets through Linear Algebra*, Springer, New York, NY, USA, 1999.
- [9] Y. M. Rangkuti and M. S. M. Noorani, "The exact solution of delay differential equations using coupling variational iteration with taylor series and small term," *Bulletin of Mathematics*, vol. 4, no. 01, pp. 1–15, 2012.
- [10] S. C. Chapra, *Applied Numerical Methods*, McGraw-Hill, Columbus, Ohio, 4th edition, 2012.
- [11] W. Adel and Z. Sabir, "Solving a new design of nonlinear second-order lane-emden pantograph delay differential model via bernoulli collocation method," *The European Physical Journal Plus*, vol. 135, no. 6, p. 427, 2020.
- [12] Z. Sabir, H. A. Wahab, M. Umar, and F. Erdoğan, "Stochastic numerical approach for solving second order nonlinear singular functional differential equation," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 363, Article ID 124605, 2019.
- [13] Z. Sabir, H. Günerhan, and J. L. Guirao, "On a new model based on third-order nonlinear multisingular functional differential equations," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 20209 pages, 2020.
- [14] F. Erdogan, M. G. Sakar, and O. Saldır, "A finite difference method on layer-adapted mesh for singularly perturbed delay differential equations," *Applied Mathematics and Nonlinear Sciences*, vol. 5, no. 1, pp. 425–436, Article Id 1683961, 2020.
- [15] J. M. Sanz-Serna and B. Zhu, "Word-series high-order averaging of highly oscillatory differential equations with delay," 2019, <https://arxiv.org/abs/1906.06944>.
- [16] N. Valliammal, C. Ravichandran, and J. H. Park, "On the controllability of fractional neutral integrodifferential delay equations with nonlocal conditions," *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, vol. 40, no. 14, pp. 5044–5055, 2017.
- [17] A. Shvets and A. Makaseyev, "Deterministic chaos in pendulum systems with delay," *Applied Mathematics and Nonlinear Sciences*, vol. 4, no. 1, pp. 1–8, 2019.
- [18] T. Caraballo, M. A. Diop, and A. Mane, "Controllability for neutral stochastic functional integrodifferential equations

مقاله پژوهشی: طراحی یک مدل دیفرانسیلی پیش‌بینی مرتبه دوم جدید حل شده با استفاده از روش‌های عددی آدامز و رونگه-کوتای صریح

آماندا مبارز

دانشجوی کارشناسی ریاضیات و کاربردها

عرفان عمران زاده

دانشجوی کارشناسی ریاضیات و کاربردها

ذوالقرنین صابر^۱، خوان آی. گ. گیرائو^۲، طارق سعید^۳ و فوزی اردوغان^۴

۱. گروه ریاضیات و آمار، دانشگاه هزاره، مانسره، پاکستان

۲. گروه ریاضیات کاربردی و آمار، دانشگاه فنی کارتاخنا، بیمارستان د مارینا،

کارتاخنا ۳۰۲۰۳، اسپانیا

۳. گروه پژوهشی تحلیل غیرخطی و ریاضیات کاربردی (NAAM)، گروه

ریاضیات، دانشکده علوم،

دانشگاه ملک عبدالعزیز، صندوق پستی ۸۰۲۰۳، جده ۲۱۵۸۹، عربستان سعودی

۴. گروه ریاضیات، دانشکده علوم، دانشگاه یوزونجو بیل، وان، ترکیه

نویسنده مسئول مکاتبات: خوان ال. گ. گیرائو؛

juan.garcia@upct.es

دریافت: ۲۱ فوریه ۲۰۲۰

پذیرش: ۹ ژوئن ۲۰۲۰

انتشار: ۱۰ ژوئیه ۲۰۲۰

سردبیر مهمان: پراوین آگاروال

حق نشر © ۲۰۲۰ ذوالقرنین صابرو همکاران.

این مقاله یک مقاله دسترسی آزاد است که تحت مجوز Creative Commons

Attribution منتشر شده و استفاده، توزیع و بازتولید بدون محدودیت را در

هر رسانه‌ای، مشروط به ارجاع صحیح به اثر اصلی، مجاز می‌داند.

۱. مقدمه

معادلات دیفرانسیل با تأخیر (DDEs) به صورت تاریخی در کارهای پیشگامانه نیوتن و لایب‌نیتس در سال‌های پایانی قرن شانزدهم به کار گرفته شده‌اند. برای درک ارزش و اهمیت معادلات دیفرانسیل با تأخیر، می‌توان به کاربردهای گسترده و متنوع آن‌ها در حوزه‌های مختلف پدیده‌های علمی توجه کرد. برخی از کاربردهای ذکر شده شامل پویایی جمعیت، سیستم‌های اقتصادی، سیستم‌های مهندسی، حمل و نقل و مدل‌های ارتباطی هستند.

پژوهشگران بسیاری در سال‌های مختلف به مطالعه و حل معادلات دیفرانسیل با تأخیر پرداخته‌اند؛ برای مثال، کوندورس در دهه هفتم قرن هفدهم به بررسی معادلات دیفرانسیل با تأخیر پرداخت، اما کاربردهای این معادلات به طور صحیح در قرن نوزدهم مورد استفاده قرار گرفت. کوانگ و هیل و لاسال نظریه تفصیلی، طرح‌های حل و کاربردهای معادلات دیفرانسیل با تأخیر را ارائه کردند. یرکو مدل‌های دیفرانسیل خطی و غیرخطی را برای سیستم‌های دینامیکی و پیکربندی آنها مطالعه نمود. برتا و کوانگ برپایداری هندسی معادلات دیفرانسیل با تأخیر با در نظر گرفتن قیود مربوط به مقادیر تأخیر کار کردند. فریزر معادلات دیفرانسیل با تأخیر از نوع دوم را با به کارگیری طرح کالرکین مبتنی بر موجک توضیح داد. رانکوتی و نورانی حل دقیق معادلات دیفرانسیل با تأخیر را با استفاده از روش تکراری موسوم به طرح تغییرات کوپل شده و با پشتیبانی روش سری تیلور به دست آوردند. چاپرا

طرح رونگه-کوتا را برای حل هر دو نوع مدل‌های دیفرانسیل با تأخیر و بدون تأخیر مورد بحث قرار داد.

ادل و صابر حل‌های عددی یک مدل دیفرانسیلی با تأخیر بانوکراف لین-امدن غیرخطی مرتبه دوم را از طریق روش هم نهشتی برنولی ارائه کردند. صابر

و همکاران مدل‌های دیفرانسیل تابعی غیرخطی مرتبه دوم و سوم را حل کردند. اردوغان و همکاران روش تفاضل محدود را بر شبکه‌های سازگار با لایه برای معادلات دیفرانسیل با تأخیر اغتشاش یافته تکیه به کار گرفتند. جزئیات بیشتری درباره معادلات دیفرانسیل با تأخیر در مراجع ارائه شده است. فرم مطرح شده در منابع برای معادله دیفرانسیل با تأخیر رتبه دوم به صورت زیر داده می‌شود.

در این مطالعه، یک مدل دیفرانسیلی پیش‌بینی مرتبه دوم جدید طراحی شده و حل‌های عددی این مدل جدید با استفاده از توان تلفیقی روش‌های آدامز و رونگه-کوتای (Runge-Kutta) صریح ارائه می‌گردد. ایده مطالعه حاضر با توجه به اهمیت معادلات دیفرانسیل با تأخیر شکل گرفته است. به منظور اعتبارسنجی مدل جدید طراحی شده، چهار مثال مختلف از مدل طراحی شده به صورت عددی با به کارگیری روش‌های آدامز و رونگه-کوتای (Runge-Kutta) صریح حل شده‌اند. نتایج عددی به دست آمده با حل‌های دقیق هر مثال مقایسه شده‌اند که عملکرد و دقت مدل طراحی شده را نشان می‌دهد. افزون بر این، نتایج مدل طراحی شده به صورت عددی و گرافیکی ارائه شده‌اند.

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} = g(x, y(x), y(x - \tau_1)), & \tau_1 > 0, a \leq x \leq b, \\ y(x) = \theta(x), & \rho \leq x \leq a, \quad 0 \leq \tau_1 \leq |a - \rho|, \\ \frac{dy(a)}{dx} = \omega, \end{cases} \quad (1)$$

که در آن $\theta(x)$ به عنوان شرط اولیه به کار می‌رود و τ_1 جمله تأخیری در معادله فوق است. روشن است که ظهور جمله $y(x - \tau)$ در هر معادله دیفرانسیل، بیانگر یک معادله دیفرانسیل با تأخیر است که به معنای کسر کردن برخی مقادیر از زمان می‌باشد. در اینجا این پرسش مطرح می‌شود که اگر به جای کسر کردن، برخی مقادیر به زمان افزوده شوند، یعنی $y(x + \tau)$ چه اتفاقی رخ می‌دهد. این موضوع به روشنی نشان‌دهنده مفهوم پیش‌بینی است و هدف کار حاضر به طراحی یک مدل جدید مبتنی بر معادله دیفرانسیل پیش‌بینی مربوط می‌شود. فرم کلی مدل دیفرانسیلی پیش‌بینی مرتبه دوم جدید به همراه شرایط اولیه به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} = g(x, y(x), y(x + \tau)), & \tau > 0, a \leq x \leq b, \\ y(x) = \theta(x), & \rho \leq x \leq a, \quad 0 \leq \tau \leq |\rho - a|, \\ \frac{dy(a)}{dx} = \omega, \end{cases} \quad (2)$$

که در آن τ به عنوان جمله پیش‌بینی در معادله (2) استفاده می‌شود. این مدل دیفرانسیلی پیش‌بینی می‌تواند برای پیش‌بینی هوا، حمل و نقل، مهندسی، بازارهای سهام، فناوری، مدل‌های زیستی، اخترازی و بسیاری حوزه‌های دیگر مورد استفاده قرار گیرد. افزون بر این، نتایج عددی به دست آمده از هر دو طرح با حل دقیق مقایسه شده‌اند تا صحت و دقت مدل طراحی شده ارائه شده در معادله (2) مورد تأیید قرار گیرد.

برخی ویژگی‌های برجسته مدل طراحی شده به صورت زیر بیان می‌شوند:

(i) مدل پیش‌بینی جدید با در نظر گرفتن ارزش مدل دیفرانسیلی با تأخیر با موفقیت طراحی شده است.

(ii) برای اعتبارسنجی مدل طراحی شده، نتایج عددی به دست آمده با حل‌های دقیق مقایسه شده‌اند.

(iii) رویه‌های به سادگی قابل فهم با پیاده‌سازی آسان، حفظ دقت در ناحیه محلی نزدیک به بازه ورودی، و کاربردپذیری گسترده و قابلیت توسعه‌پذیری از دیگر مزایای قابل توجه این مدل هستند.

گام نخست، در نظر گرفتن نتایج اولیه به دست آمده است و شیب‌ها برای تمامی متغیرها قابل پیش‌بینی هستند. این نتایج عددی حاصل برای شیب‌ها (I_1 ها) در نقطه میانی دامنه بازه اخذ می‌شوند تا طرح‌های متغیر وابسته تشکیل شوند، در حالی که در فاز دوم، شیب‌های نقطه مرکزی (I_2 ها) با استفاده از این مقادیر محاسبه شده مبتنی بر نقاط میانی به دست می‌آیند. مقادیر عددی محاسبه شده برای شیب‌ها با استفاده از نقطه نخست مجموعه دیگری از مقادیر نقاط مرکزی به عقب بازگردانده می‌شوند تا شیب جدید پیش‌بینی در نقطه مرکزی (I_3 ها) ایجاد گردد. این مقادیر عددی محاسبه شده به صورت مکمل برای انجام پیش‌بینی‌ها به منظور توسعه شیب‌ها در نقطه انتهایی دامنه بازه (I_s ها) به کار می‌روند. به طور مشابه، تمامی مقادیر عددی I محاسبه می‌شوند تا مجموعه دیگری از توابع رشد تشکیل گردد و در نهایت، از نقطه اولیه برای انجام آخرین پیش‌بینی استفاده می‌شود.

3. شبیه‌سازی‌ها و نتایج

در این بخش از مطالعه، مدل دیفرانسیلی پیش‌بینی ارائه شده در معادله (2) با استفاده از چهار مثال عددی و برپایه روش پیش‌بین-تصحیح‌کننده آدامز و روش رونگه-کوتای صریح حل شده است. افزون بر این، نتایج عددی به دست آمده با استفاده از هر دو طرح با حل‌های دقیق هر مثال مقایسه شده‌اند.

مثال 1

معادله دیفرانسیلی پیش‌بینی مرتبه دوم به همراه شرایط اولیه زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} 2 \frac{d^2 y}{dx^2} + y(x) - y(x + \pi) = 0, \\ y(0) = 1, \\ \frac{dy(0)}{dx} = 1. \end{cases} \quad (9)$$

حل دقیق معادله (9) برابر است با $1 + \sin x$.

مثال 2

معادله دیفرانسیلی پیش‌بینی مرتبه دوم به همراه شرایط مرزی زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} - y(x) + y(x + 1) - 2x = 0, \\ y(0) = 2, \\ \frac{dy(3)}{dx} = 3. \end{cases} \quad (10)$$

حل دقیق معادله (10) برابر است با $x^2 - 3x + 2$.

مثال 3

معادله دیفرانسیلی پیش‌بینی مرتبه دوم شامل توابع مثلثاتی به همراه شرایط اولیه زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} (x + 1) + y(x + 1) + y(x) + \cos(x + 1) - \sin(x + 1) = 0, \\ y(0) = 0, \\ \frac{dy(0)}{dx} = 1. \end{cases} \quad (11)$$

حل دقیق معادله (11) برابر است با $\sin x$.

مثال 4

معادله دیفرانسیلی پیش‌بینی مرتبه دوم به همراه شرایط اولیه زیر در نظر بگیرید:

بخش‌های باقی‌مانده مقاله به صورت زیر سازمان‌دهی شده‌اند. بخش 2 روش‌شناسی طراحی شده را نشان می‌دهد. بخش 3 نتایج تفصیلی را ارائه می‌کند. نتیجه‌گیری‌ها و جهت‌گیری‌های پژوهشی آینده مطالعه حاضر در بخش پایانی ارائه شده‌اند.

2. روش‌شناسی

در مطالعه حاضر، از توان روش پیش‌بین-تصحیح‌کننده آدامز [22, 23] و روش عددی رونگه-کوتای صریح [24, 25] برای حل مدل دیفرانسیلی پیش‌بینی مرتبه دوم استفاده شده است.

2.1. طرح عددی پیش‌بین-تصحیح‌کننده آدامز

برای به دست آوردن حل‌های عددی مدل دیفرانسیلی پیش‌بینی طراحی شده، از روش عددی پیش‌بین-تصحیح‌کننده استفاده می‌شود که برای تکمیل، شامل دو گام اضافی است.

گام 1: محاسبه مقادیر تقریبی پیش‌بینی انجام می‌شود.

گام 2: بررسی می‌شود که آیا حل‌های عددی تصحیح‌شده با مشارکت‌های مشابه پیش‌بینی سازگار هستند یا خیر.

$$\frac{dy}{dx} = h(x, y), \quad (3)$$

$$u(x_0) = y_0.$$

طرح عددی تعمیم‌یافته دوگامی آدامز-بشفرت با استفاده از تکنیک‌های پیش‌بین-تصحیح‌کننده به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$D_{n+1} = y_n + \frac{3}{2} gh(x_n, y_n) - \frac{1}{2} gh(x_{n-1}, y_{n-1}). \quad (4)$$

طرح تصحیح‌کننده دوگامی آدامز-مولتون به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2} gh((x_{n+1}, D_{n+1}) + h(x_n, y_n)). \quad (5)$$

طرح پیش‌بین-تصحیح‌کننده چهارگامی به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$D_{n+1} = y_n + \frac{1}{24} g(55h(x_n, y_n) - 59g(x_{n-1}, y_{n-1}) + 37g(x_{n-2}, y_{n-2}) - 9g(x_{n-3}, y_{n-3})). \quad (6)$$

طرح چهارگامی آدامز-بشفرت-مولتون به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{24} g(9h(x_{n+1}, D_{n+1}) + 19g(x_n, y_n) - 5g(x_{n-1}, y_{n-1}) + f(x_{n-2}, y_{n-2})). \quad (7)$$

2.2. طرح عددی رونگه-کوتای صریح

طرح عددی رونگه-کوتای صریح برای حل مدل پیش‌بینی مرتبه دوم جدید طراحی شده به کار گرفته می‌شود. فرم کلی طرح رونگه-کوتای صریح به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + g \sum_{j=1}^s b_j I_j, \\ I_1 &= h(x_n, y_n), \\ I_2 &= h(x_n + c_2 g, y_n + g(a_{21} I_1)), \\ I_3 &= h(x_n + c_3 g, y_n + g(a_{31} I_1 + a_{32} I_2)), \\ &\vdots \\ I_s &= h(x_n + c_s g, y_n + g(a_{s1} I_1 + a_{s2} I_2 + a_{s3} I_3 + \dots + a_{ss-1} I_{s-1})). \end{aligned} \quad (8)$$

فهرست شده‌اند. مقایسه نتایج عددی آدامزو حل‌های دقیق نشان می‌دهد که این نتایج تا سطح بالایی با یکدیگر یکسان هستند

4. نتیجه‌گیری

مطالعه حاضر با هدف طراحی یک مدل دیفرانسیلی پیش‌بینی مرتبه دوم جدید از طریق به‌کارگیری توان روش عددی آدامزو روش رونگه-کوتای صریح انجام شده است. مدل دیفرانسیلی پیش‌بینی جدید طراحی شده بسیار کاربردی بوده و می‌تواند در بسیاری از کاربردها مورد استفاده قرار گیرد. چهار گونه متفاوت از مدل طراحی شده با استفاده از روش‌های آدامزو رونگه-کوتای حل شده و نتایج عددی به دست آمده با حل‌های دقیق مقایسه شده‌اند. هم‌پوشانی حل‌های مرجع دقیق و عددی، ارزش و دقت مدل دیفرانسیلی پیش‌بینی جدید طراحی شده را نشان می‌دهد.

به‌روشنی می‌توان دریافت که روش‌های پیشنهادی، به دلیل ارائه نتایج دقیق برای تمامی مثال‌های مدل دیفرانسیلی پیش‌بینی مرتبه دوم، روش‌هایی ارزشمند و مناسب برای حل این نوع مدل‌ها هستند. برای حل هر چهار مثال، روش‌های پیشنهادی آدامزو رونگه-کوتای صریح از نظر دقت و همگرایی عملکرد بسیار مطلوبی از خود نشان داده‌اند. نرم‌افزارهای مورد استفاده برای حل مدل دیفرانسیلی پیش‌بینی، بسته‌های (MATLAB R2017a) و Mathematica 10.4 بوده‌اند.

در پژوهش‌های آینده، می‌توان مدل پیش‌بینی غیرخطی لین-امدن و مدل پیش‌بینی تکین غیرخطی شکارچی-شکار را طراحی کرده و از طریق شبکه‌های عصبی مصنوعی حل نمود [26-33].

در دسترس بودن داده‌ها

مقاله حاضر مبتنی بر داده‌ها نیست.

تعارض منافع

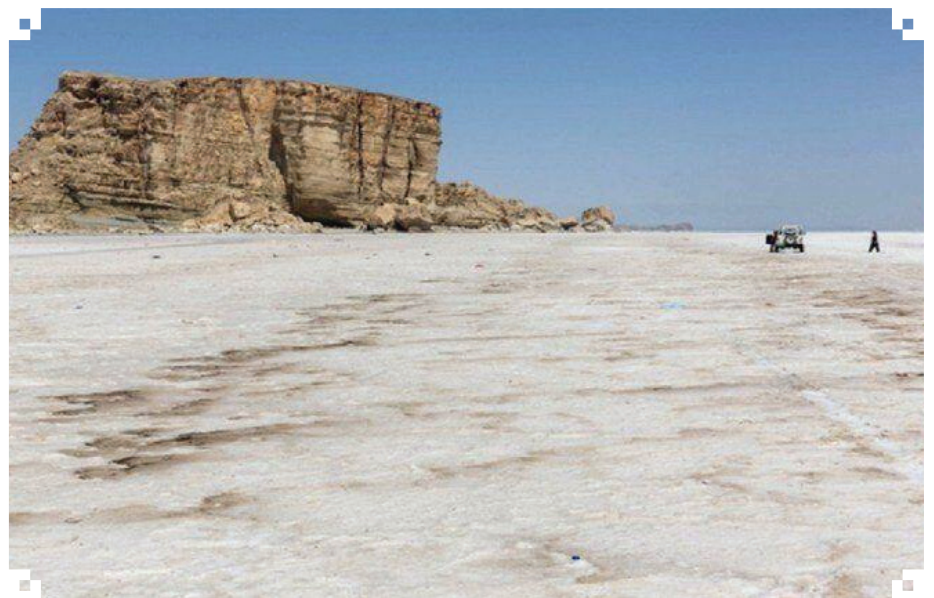
نویسندگان اعلام می‌کنند که هیچ‌گونه تعارض منافی ندارند.

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy(x+1)}{dx} + y(x+1) - y(x) = 0, \\ y(0) = 1, \\ \frac{dy(0)}{dx} = 1. \end{cases} \quad (12)$$

حل دقیق معادله (12) برابر است با e^x .

به‌روشنی مشاهده می‌شود که جمله پیش‌بینی در قالب $y(x+1)$ و $y(x+1)$ به ترتیب در مثال‌های 1 و 2 ظاهر شده است. جمله‌های پیش‌بینی در مثال 3 چهار بار ظاهر می‌شوند، یعنی $\cos(x+1)$, $y(x+1)$, $(dy/dx)(x+1)$ و $\sin(x+1)$. افزون بر این، جمله‌های پیش‌بینی در مثال 4 دو بار ظاهر شده‌اند، یعنی $(dy/dx)(x+1)$ و $y(x+1)$.

نمایش گرافیکی مبتنی بر نتایج عددی برای هر چهار مثال در شکل 1 ارائه شده است. برای به دست آوردن مقادیر گرافیکی در تمامی مثال‌ها از طرح رونگه-کوتای صریح استفاده شده است. نمودارهای شکل‌های 1(a) تا 1(d) به ترتیب بر اساس مثال‌های 1 تا 4 ترسیم شده‌اند. شکل 1(a) در بازه $[0, 30]$ رسم شده و نتایج در تمامی زیربازه‌ها مثبت به دست آمده‌اند. نمودارهای شکل 1(b) در بازه $[0, 3]$ ترسیم شده‌اند. نتایج در بیشتر زیربازه‌ها مقادیر مثبت را نشان می‌دهند؛ با این حال، مقادیر منفی در زیربازه $[1, 2]$ مشاهده شده است. شکل‌های 1(c) و 1(d) به ترتیب در بازه‌های $[0, 7]$ و $[0, 1]$ ترسیم شده‌اند. در جدول مشاهده می‌شود که در هر دو مثال 3 و 4 نتایج مثبت به دست آمده‌اند. برای مقایسه نتایج، نمودارهای حل دقیق و حل عددی در شکل 2 ترسیم شده‌اند. هم‌پوشانی نتایج، دقت و صحت مدل طراحی شده را نشان می‌دهد. برای شفافیت بیشتر نتایج تمامی مثال‌ها، مقادیر عددی حل‌های دقیق و طرح عددی پیش‌بین-تصحیح‌کننده آدامزو در جداول 1 و 2



**اگر با منطق و معادلات دقیق پیش‌بینی
رخ می‌داد، این دریاچه که آینه‌ای از آینده
است نفسش را از دست نمی‌داد.**

۱. زیست‌ریاضیات، بوم‌شناسی و دینامیک جمعیت

- Kot, M. (2001). Elements of Mathematical Ecology. Cambridge University Press.
- Lotka, A. J. (1925). Elements of Physical Biology. Williams & Wilkins.
- Murray, J. D. (2002). Mathematical Biology, Vol. I (3rd ed.). Springer.
- Volterra, V. (1926). Fluctuations in the Abundance of a Species Considered Mathematically. Nature.

۲. اپیدمیولوژی ریاضی و مدل‌سازی بیماری‌های واگیردار

- Hethcote, H. W. (2000). The Mathematics of Infectious Diseases. SIAM Review.
- Kermack, W. O., & McKendrick, A. G. (1927). A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics. Proceedings of the Royal Society A.
- JAMA. (2020). Modeling Epidemics With Compartmental Models. JAMA: Guide to Statistics and Methods.

ETH Zurich. SIR Model – Teaching Material for Mathematical Epidemiology.

منبع مرجع:

Keeling, M. J., & Rohani, P. (2008). Modeling Infectious Diseases in Humans and Animals. Princeton University Press.

۳. دینامیک غیرخطی و سیستم‌های پیچیده

Strogatz, S. H. (2015). Nonlinear Dynamics and Chaos. Westview Press.

۴. تاریخ فیزیک و مکانیک کلاسیک

- Drake, S. (1990). Galileo at Work. University of Chicago Press.
- Galileo Galilei. (1638). Dialogues Concerning Two New Sciences.
- Newton, I. (1687). Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica.
- Westfall, R. S. (1980). Never at Rest. Cambridge University Press.
- Cohen, I. B. (1999). The Birth of a New Physics. Harvard University Press.
- Lagrange, J.-L. (1788). Mécanique Analytique.
- Hamilton, W. R. (1834). On a General Method in Dynamics.
- Truesdell, C. (1968). Essays in the History of Mechanics. Springer.

۵. نسبیت عام، هندسه و فیزیک نظری

- Misner, C. W., Thorne, K. S., & Wheeler, J. A. (1973). Gravitation. W. H. Freeman.
- Wald, R. M. (1984). General Relativity. University of Chicago Press.
- Carroll, S. (2004). Spacetime and Geometry. Addison-Wesley.
- Schutz, B. (2009). A First Course in General Relativity. Cambridge University Press.
- Weinberg, S. Gravitation and Cosmology. Wiley.
- Einstein, A. The Meaning of Relativity.
- Susskind, L. Lecture Notes on General Relativity. Stanford University.

۶. هندسه دیفرانسیل و ریاضیات فیزیک

- Frankel, T. The Geometry of Physics. Cambridge University Press.
- Lee, J. M. (1997). Riemannian Manifolds. Springer.
- Lee, J. M. (2012). Introduction to Smooth Manifolds. Springer.
- Misner, C. W. Differential Geometry and Its Applications. Springer.
- Riley, K. F., Hobson, M. P., & Bence, S. J. Mathematical Methods for Physics and Engineering.

۷. الکترومغناطیس

- Griffiths, D. J. Introduction to Electrodynamics.
- Jackson, J. D. Classical Electrodynamics.
- Rao, N. N. Fundamentals of Applied Electromagnetics.
- Kaplan, E., & Dixon, C. (1972). Electromagnetic Waves and Antennas.

۸. حسابان و تاریخ ریاضیات

- Boyer, C. B. (1959). The History of the Calculus and Its Conceptual Development. Dover.
- Edwards, C. H. (1979). The Historical Development of the Calculus. Springer.
- Berlinski, D. A Tour of the Calculus.
- Stroyan, K. Differential Equations: A Conceptual Approach.

۹. آمار، احتمال و استنباط آماری

- Bertsekas, D., & Tsitsiklis, J. Introduction to Probability.
- DeGroot, M., & Schervish, M. Probability and Statistics.
- Lehmann, E. Theory of Point Estimation & Testing Statistical Hypotheses.
- Wackerly, D., Mendenhall, W., & Scheaffer, R. Mathematical Statistics with Applications.
- Wasserman, L. All of Statistics.
- Keener, R. Theoretical Statistics.
- Statistical Inference (Mathematical Statistics).

۱۰. تفکر ریاضی، منطق و فلسفه علم

- Courant, R., & Robbins, H. What Is Mathematics?
- Devlin, K. An Introduction to Mathematical Thinking.
- Hofstadter, D. Gödel, Escher, Bach.
- Doxiadis, A., & Papadimitriou, C. Logicomix.
- Copi, I. M., & Cohen, C. Introduction to Logic.

۱۱. علم داده، تفکر آماری و آینده‌پژوهی

- Wheeler, C. Naked Statistics.
- Knaflitz, C. N. Storytelling with Data.
- Stephens-Davidowitz, S. Everybody Lies.
- Kahneman, D. Thinking, Fast and Slow.
- Kelly, K. The Inevitable.
- Shin, L. The Cryptopians.
- Bostrom, N. Superintelligence.
- Harari, Y. N. Homo Deus.
- Tegmark, M. The Mathematical Universe.
- Penrose, R. The Road to Reality.
- Zee, A. Fearful Symmetry.
- Schumm, B. Deep Down Things.

"Pi Ta Binahaayat" Magazine

همه چیز از یک آغاز شروع می شود؛
از نقطه ای کوچک، از عددی ساده.
بعضی ها آغاز را «صفر» می نامند، بعضی ها «پی».

اما داستان علم، داستانِ ماندن در آغاز نیست؛
داستانِ رفتن است، پرسیدن است، و رسیدن به افق هایی که پایان شان
دیده نمی شود.

مادر «پی تا بی نهایت» باور داریم هر اندیشه، هر پرسش و هر جرقه
ذهنی می تواند قدمی باشد در این مسیر بی پایان.
گفتن و روایت کردن این راه - از پی تا بی نهایت - مسئولیتی است که بر
عهده ماست.



[instagram.com/pi_binahayat](https://www.instagram.com/pi_binahayat)

t.me/Pi_binahayat

rubika.ir/pitabinahait